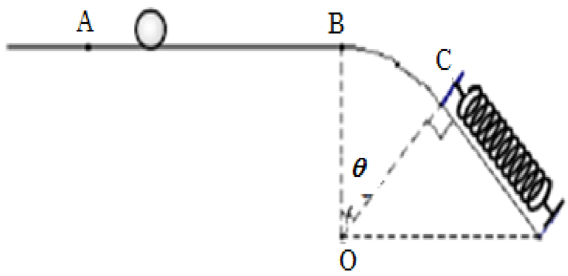
SERIE P2 : ENERGIE CINETIQUE

EXERCICE 1 :

Une petite bille de masse m = 300 g glisse sans roulement sur le trajet ABC. Il existe des forces de frottement d'intensité constante f = 0,03 N durant tout le parcours de la bille. Le trajet BC est un arc de cercle de centre O et de rayon R = 2m. *On donne :* AB = l = 500m ; θ = 45° et g = 10 N.kg^{-1}.



1) Quelle est la vitesse v_A de la bille lors de son passage en A sachant qu'elle s'arrête en B ?

2) L'équilibre de la bille en B est installée, celle-ci glisse alors vers le point C. Déterminer la vitesse v_C de la bille au point C.

3) Le point C est placée à l'extrémité d'un ressort de raideur k = 500 N.m^{-1}. La bille bute en C sur le ressort avec la vitesse v_C = 3,4 m.s^{-1} qu'il comprime. Soit x la compression maximale du ressort (x est positif).

3.1. Par application du théorème de l'énergie cinétique, montrer la relation suivante :

$$kx^2 + 2x(f - mg.\sin\alpha) - mv_C^2 = 0.$$

3.2. Calculer la compression maximale x du ressort.

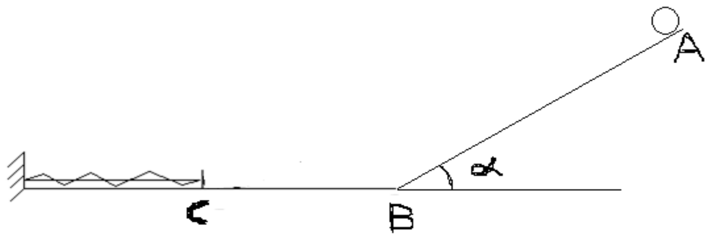
EXERCICE 2 :

Un solide de masse m = 400g est abandonné sans vitesse initiale à partir d'un point A situé en haut d'un plan incliné d'un angle α = 35° par rapport à l'horizontale. Ce plan de longueur d = AB = 2m, est raccordé en B à un plan horizontal BC = d' = 4m. Au point C, se trouve une buttée d'arrêt constituée d'un ressort de constante de raideur k = 100N/m (voir figure ci-contre). On négligera les variations de vitesse du solide au passage du point B de raccordement. L'intensité f de la résultante des forces de frottement est la même au niveau des plans AB et BC. Au-delà du point C, les frottements son négligeables. On prendra g = 9,81N/kg.

1) Calculer l'intensité f de la résultante des forces de frottement s'exerçant sur le solide sachant qu'il s'arrête sur le tronçon BC exactement au point C.

2) Calculer la vitesse de passage du solide au point B de raccordement.

3) Quelle vitesse initiale devrait-on communiquer le solide en A pour qu'il s'arrête au-delà du point C, après avoir comprimé le ressort de 3cm.



EXERCICE 3 :

Un ressort de constante de raideur k, de masse négligeable et d'axe horizontal, à l'une de ses extrémités fixée en un point A. L'autre extrémité libre B est mise en contact avec un piston pouvant coulisser sur le plan horizontal AD. Ce plan est prolongé par une glissière circulaire de rayon OD = r (fig). Au point C, milieu de BD = d, on place un solide (S) de masse M, assimilé à un point matériel. Soit m la masse du solide constituant le piston.

4.1) On suppose les frottements négligeables. On communique alors au solide S une vitesse de valeur v_0 à partir du point C. Le solide se dirige alors vers le piston. Après choc, le ressort se raccourcit d'une quantité x et le système global (m+M) acquiert une vitesse v_1.

a. Calculer v_1 et x.

b. Le solide repasse-t-il par le point C ? Si oui, de quelle hauteur h s'élève-t-il au niveau de la glissière relativement au plan AD ? En déduire son élongation maximale θ_{max}.

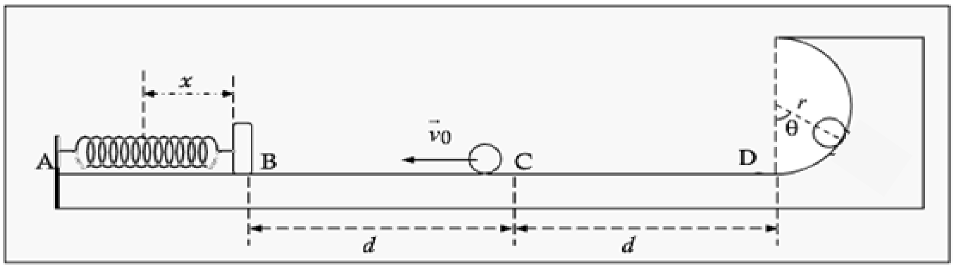
4.2) En réalité, la valeur de l'élongation mesurée est égale à 8°. En supposant le plan AC et la glissière parfaitement lisses :

a. Montrer qu'il s'exerce nécessairement des forces de frottement sur le solide le long du plan CD.

b. L'ensemble de ces forces de frottement est équivalent à une seule force de direction opposée à celle de la vitesse du centre d'inertie du solide et d'intensité constante f. Exprimer f en fonction de r, m, θ_{max}, v_1, d et g. Faire l'application numérique.

c. Le solide rencontre-t-il pour la deuxième fois le piston ? Si non, à quelle distance du point C s'arrête-t-il ? Quelle devrait être la valeur f_0 de f pour que le solide s'arrête exactement au point C ?

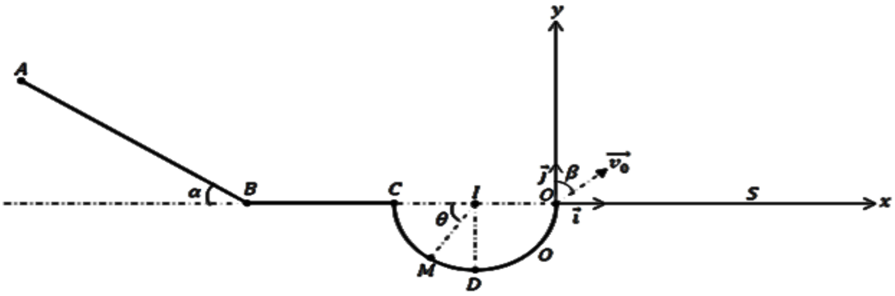
<u>Données</u> : m = 0,2 kg ; M = 0,3 kg ; d = 1,0 m ; v_0 = 3,0 m.s^{-1} ; r = 2,0 m ; k = 800,0 N.m^{-1} ; g = 10N.kg^{-1}.



<u>EXERCICE</u> 4 :

Une bille assimilée à un point matériel de masse m est abandonnée sans vitesse initiale en A. Elle glisse alors sur une piste ABCDOS représentée par la figure ci-dessous.

<u>On donne</u> : m = 100g ; g = 9,8m.s^{-2} ; $\alpha = 25°$; f = 0,2N ; AB = L= 2m ; r = 20 cm ; BC = l = 1m.



5.1) Lors du parcours ABC, la bille est soumise à des forces de frottements représentées par une force unique $\vec{f}$, opposées au vecteur vitesse et de valeur f.

a. Représenter les forces qui s'exercent sur la bille entre les points A et B.

b. Etablir l'expression de la vitesse de la bille au point B en fonction de m, g, L,α et f. La calculer.

c. Exprimer la valeur de la vitesse de la bille à son arrivée en C en fonction de m, g, α, L, l et f. La calculer.

5.2) Lors du parcours CDO, les frottements sont supposés négligeables.

a. Etablir l'expression de la vitesse de la bille lorsqu'elle passe en M en fonction de g, v_C ,θ et r.

b. En déduire la vitesse de la bille aux points D et C.

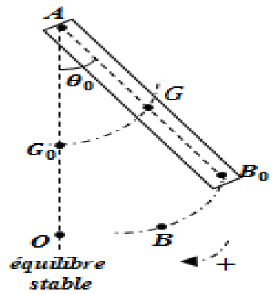
5.3) Le raccordement en O est tel que la bille quitte ce point avec une vecteur vitesse initiale $\vec{v_0}$, faisant un angle $\beta = 20°$ avec la verticale passant par ce point. On donne v_0 = 2,13m.s^{-1}.

a. Déterminer les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{v_0}$ suivant les (x'Ox) et (y'Oy).

b. On montre que l'équation de la trajectoire décrite par la bille est de la forme : $y = -\frac{g}{2\,v_0^2\sin^2\beta}x^2 + \frac{1}{\tan\beta}\,x$

- Déterminer les coordonnées $(x_S ; y_S)$ du point de chute de la bille au point S.
- Que vaut la vitesse de la bille au point S.

<u>EXERCICE 5 :</u>



Une barre AB homogène de masse m = 400g et de longueur L = 1m, est mobile autour d'un axe horizontal passant par son extrémité A. Son moment d'inertie par rapport à cet axe est : J_Δ. On écarte la barre de sa position d'équilibre stable d'un angle $\theta_0 = 60°$ et on le lance, à l'instant t = 0 avec une vitesse angulaire $\omega_0 = 2\mathrm{rad.s^{-1}}$. Les frottements sont négligeables et on prendra g = 10N.kg^{-1}.

<u>6.1.</u> Calculer la vitesse linéaire v_B du point B à l'instant t = 0s.

<u>6.2.</u> Trouver l'expression de la variation de l'énergie cinétique de la barre entre sa position initiale sa position où elle est écartée d'un angle $\theta = \widehat{(AOB)}$; en fonction de L, m, g, θ_0 et θ.

<u>6.3.</u> Montrer que l'expression de la vitesse angulaire ω lorsque la barre passe par la position d'angle θ est donnée par la relation suivante : $\omega = \sqrt{\omega_0^2 + \frac{3g(\cos\theta - \cos\theta_0)}{L}}$.

3

6.4. Déterminer la vitesse linéaire v_B lorsque la barre passe par sa position d'équilibre stable.

6.5. A partir de sa position d'équilibre stable, quelle vitesse minimale v_0 doit-on appliquer à l'extrémité libre de la barre pour que celle-ci effectue un demi-tour.

6.6. Dans sa position d'équilibre stable, la tige est mise en rotation autour de l'axe (Δ) avec une vitesse de 150 tours/s. Elle effectue 5 tours et demi avant de s'arrêter sous l'action d'un couple de forces de frottement. Calculer le moment de ce couple de forces de frottement.

EXERCICE 6 :

7-1. Un disque de masse m = 200 g, de rayon R = 20 cm, est animé d'un mouvement de rotation uniforme autour de son axe. Sa vitesse angulaire est ω=120tr/min.

7-1-1. Quelle est la vitesse d'un point M situé à 5 cm du centre du disque ?

7-1-2. Quel est le moment d'inertie du disque par rapport à son axe ?

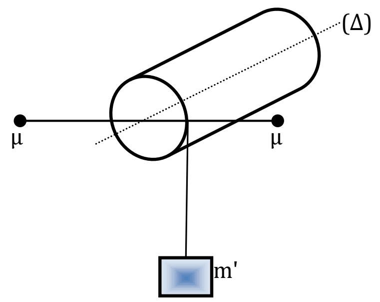
7-1-3. Pour entretenir ce mouvement, un moteur exerce un couple de moment M dont la puissance est P = 500 mW. Que vaut M. Monter que des frottements interviennent et calculer le moment du couple de frottement agissant sur ce disque.

7-2. A un instant donné, le moteur est débrayé et dès lors, on applique une force $\vec{f}$ tangente au disque d'intensité f = 0,2 N. En supposant que le couple de frottement dont le moment a été calculé précédemment continu à agir, (en gardant toujours ce même moment), calculer le nombre de tours effectués par le disque avant qu'il ne s'arrête.

EXERCICE 7 :

NB : On rappelle que le moment d'inertie d'un cylindre homogène de masse m et de rayon r par rapport à son axe de révolution est $J_\Delta = \frac{1}{2}mr^2$.

Sur un cylindre homogène de rayon r et de masse m mobile sans frottement autour de son axe de révolution (Δ) horizontal est fixée suivant un diamètre une tige de longueur l = 6r, de masse négligeable, portant à chacune de ses extrémités une masselotte μ = $\frac{1}{8}$ m. Le milieu de la tige coincide avec le centre du cylindre. Un fil de masse négligeable est enroulé sur le cylindre et porte un solide (S) de masse m' = $\frac{1}{2}$m. Le solide (S) est abandonné sans vitesse initiale.



8.1 Calculer en fonction de m et de r le moment d'inertie de l'ensemble (A) = {cylindre + tige + masselottes} par rapport à l'axe (Δ)

8.2 Exprimer en fonction de m et *v* (vitesse du solide S), l'énergie cinétique du système formé par (S) et (A).

8.3 Enoncer le T.E.C puis l'appliquer pour donner l'expression de *v* en fonction de *g* et de h, hauteur de chute du solide (S).

<u>AN</u> : Calculer *v* pour h = 20,8 m ; m = 500 g ; r = 20 cm et $g = 10 m.s^{-2}$

8.4 En réalité la vitesse du solide (S) vaut $v = 6 m.s^{-1}$ lorsque la hauteur de chute est h = 20,8 m. En déduire le moment supposé constant des forces de frottement qui s'exercent sur le cylindre au niveau de l'axe de rotation (Δ).

EXERCICE 8 :

On considère une tige métallique AB, de section constante ; cette tige est soudée diamétralement à un cylindre (C) d'axe horizontal, de rayon r, mobile sans frottement autour d'un axe (Δ) horizontal (*confondu avec l'axe de révolution du cylindre C*). La tige est munie de deux masselottes ponctuelles de masse M chacune. Ces masselottes seront situées à une même distance l par rapport à l'axe de rotation (Δ) (**figure 1**).

Un fil inextensible de masse négligeable est enroulé sur le cylindre (C). Ce fil passe sur la gorge d'une poulie (K) de masse négligeable tournant sans frottement autour de son axe. A l'extrémité du fil est attaché un solide ponctuel (S) de masse m qui peut se déplacer sur un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale. L'ensemble des frottements qui s'exercent sur (S) est équivalent à une force unique $\vec{f}$ de même direction que le plan incliné, de sens contraire au mouvement du solide et d'intensité supposée constante (**figure 2**).

On désigne par J_0 le moment d'inertie du système S_0 {cylindre + tige} et par J_1 le moment d'inertie du système S_1 {cylindre + tige + masselottes}.

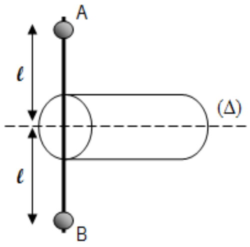


Figure 1

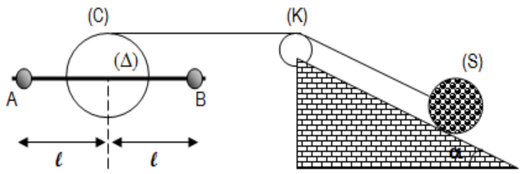


Figure 2

1) L'ensemble formé par (S + S_1) étant libéré sans vitesse initiale, exprimer l'énergie cinétique de cet ensemble en fonction de J_1, r, m et v (Vitesse du solide) puis en fonction de J_0, l, M, r, m, et v.

2) Enoncer le TEC puis en déduire l'expression de la vitesse v du solide (S) en fonction de m, M, J_0, r, l, f, α, g et d (*distance parcourue par le solide S*).

3) Pour étudier l'influence du moment d'inertie de la tige sur le mouvement, on détermine la vitesse acquise par le solide (S) après un parcourt d = 25 cm pour diverses valeurs de l. On obtient le tableau suivant :

l(cm)	6	10	14	18
v(m/s)	0,160	0,130	0,107	0,090

3-1. Construire le graphe de la fonction $\frac{1}{v^2} = f(\ell^2)$. Echelles : 1 cm pour 40.10^{-4} m^2 ; 1 cm pour 10 (m/s)$^{-2}$.

3-2. Montrer que la relation linéaire liant $\frac{1}{v^2}$ et l^2 peut se mettre sous la forme $\frac{1}{v^2} = a\ell^2 + b$ où a et b sont des constantes que l'on exprimera en fonction de m, M, r, f, d, J_0, α et g.

3-3. De la relation précédente et en utilisant le graphe, calculer f et J_0.

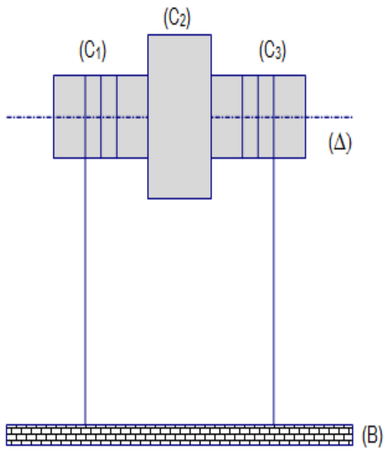
Données : m = 100 g ; M = 150 g ; r = 2 cm ; α = 60° ; g = 9,8 m/s^2.

EXERCICE 9 :

N.B : On rappelle que le moment d'inertie d'un cylindre homogène de masse M et de rayon R par rapport à son axe de révolution est $J_\Delta = \frac{1}{2}.MR^2$.

Un solide (S) homogène est formé de trois cylindres (C_1), (C_2) et (C_3) accolés et ayant le même axe de révolution. Les cylindres (C_1) et (C_3) sont identiques ; ils ont la même masse m et le même rayon r,

- Le cylindre (C_2) a une masse M = 4.m et un rayon R = 2.r.
- Le solide (S) est mobile sans frottement autour d'un axe (Δ) horizontal confondu avec son axe de révolution.
- La barre (B) homogène, de masse M' = 3.m, est suspendue par deux fils verticaux, inextensibles et de masse négligeable, enroulés sur les cylindres (C_1) et (C_3) auxquels ils sont fixés par leurs extrémités. La barre (B) est abandonnée sans vitesse initiale.



1) Calculer, en fonction de m et de r, le moment d'inertie du solide (S) par rapport à l'axe (Δ).

2) Exprimer en fonction de m et v (*vitesse du centre d'inertie G de la barre*), l'énergie cinétique du système (S) et (B).

3) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique que l'on énoncera, donner l'expression de v en fonction de g et de h, hauteur de chute de la barre.

4) Pour une hauteur de chute h = 7,5m, calculer la vitesse acquise par la barre (B) et la vitesse de rotation du solide (S).

5) En réalité la vitesse du centre d'inertie G de la barre vaut v = 4m/s lorsque la hauteur de chute es h = 7,5 m. en déduire le moment supposé constant des forces de frottement qui s'exercent sur (S) au niveau de l'axe de rotation (Δ).