

**SUJET 1**

**EXERCICE 1 25 POINTS**

Un solide  $S_1$  supposé ponctuel, de masse  $m$ , est lancé du bas d'un plan incliné d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'horizontale à partir d'un point A avec une vitesse  $\vec{v}_A$ . Il arrive à l'extrémité du plan incliné en B avec une vitesse de valeur  $V_B$ . Lorsqu'il quitte le plan incliné en B il poursuit son mouvement dans le champ de pesanteur terrestre et doit atterrir en un point C sur une autre piste horizontale avec une vitesse parallèle à OC de valeur  $V_C$ . (Voir figure1)

Données :  $m = 0,1 \text{ kg}$  ;  $d_1 = 1 \text{ m}$  ;  $d_2 = 2 \text{ m}$  ;  $d_3 = 1,5 \text{ m}$  ;  $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$ .

1.1. Etude du mouvement entre A et B :

Il existe des forces de frottement entre le solide et le plan incliné modélisées par  $\vec{f}_1$  d'intensité constante dont le coefficient de frottement est  $\mu = 0,15$ . Le coefficient de frottement  $\mu$  est le rapport entre l'intensité de la composante tangentielle de la réaction du support et l'intensité de la composante normale de la réaction du support. Le point A est choisi comme origine du repère  $(A, \vec{k})$ . Le vecteur unitaire  $\vec{k}$  est parallèle à l'axe du plan incliné et orienté vers le haut comme indiqué sur la figure 1.

1.1.1. Faire le bilan des forces extérieures appliquées au solide sur le plan incliné.

1.1.2. En appliquant le Théorème du Centre d'Inertie TCI au solide exprimer son accélération algébrique  $a_1$  en fonction de  $m$ ,  $g$ ,  $f_1$  et  $\alpha$ .

1.1.3. Exprimer l'intensité de la force  $\vec{f}_1$  en fonction de  $m$ ,  $g$ ,  $\mu$  et  $\alpha$ .

1.1.4. En déduire l'expression de l'accélération  $a_1$  en fonction de  $g$ ,  $\mu$  et  $\alpha$ .

1.2. Etude du mouvement entre B et C :

1.2.1. En appliquant le TCI au solide, établir les équations horaires  $x'(t)$  et  $y'(t)$  du solide dans le repère  $(B; \vec{i}', \vec{j}')$ . L'origine des dates est prise lorsque le solide quitte le point B.

1.2.2. En utilisant les équations horaires  $x'(t)$  et  $y'(t)$ , montrer que  $\tan\alpha = 2 \frac{d_3 - d_1}{d_2}$ .

En déduire la valeur de l'angle  $\alpha$  et celle de  $V_B$ .

1.2.3. Trouver la valeur  $V_C$  de la vitesse d'arrivée en C et la vitesse  $v_A$  de lancement au point A.

1.3. Entre le plan horizontale CO et le solide il existe, des forces de frottements notées  $\vec{f}_2$  d'intensité constante. Sachant que la distance  $CO = 1,5 \text{ m}$ , Calculer l'intensité  $f_2$  de la force de frottement pour que le solide arrive en O avec la vitesse  $V_1 = 2 \text{ m.s}^{-1}$ .

1.4. Lorsque le solide  $S_1$  passe en O, il quitte la partie CO en un instant pris comme nouvelle origine des dates. A un instant  $t_1 > 0$ , on lance du point O' tel que  $OO' = d_4$  un solide  $S_2$  de masse  $m_2$  avec une vitesse  $\vec{V}_2$  verticale dirigée vers le bas.

1.4.1. Etablir l'équation de la trajectoire du solide  $S_1$  puis celle de  $S_2$  dans le repère  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1.4.2. Montrer que si les deux solides se rencontrent on a la relation :  $V_2 = g \times \frac{d_4 - \frac{V_1 \cdot t_1}{2}}{\frac{d_4}{t_1} - V_1}$ .

1.4.3. Calculer  $V_2$  pour  $d_4 = 3 \text{ m}$  et  $t_1 = 1 \text{ s}$ .

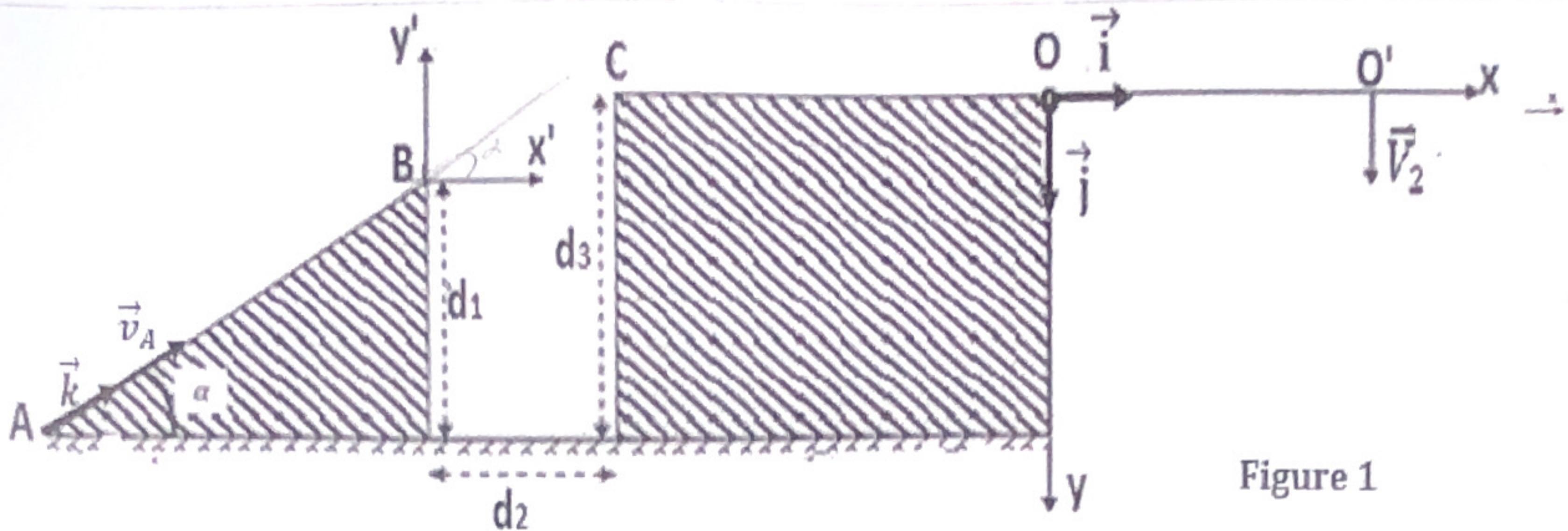


Figure 1

EXERCICE 2

18 POINTS

On considère un pendule élastique formé par un solide (S) de masse  $m$  et un ressort (R) à spires non jointives et de raideur  $K$ . Le pendule peut se déplacer sur un plan horizontal parfaitement lisse (figure 2).

2.1. Etablir l'équation différentielle caractéristique du mouvement du solide (S).

2.2. Sachant que cette équation différentielle admet une solution de la forme :  $x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi_x)$

Montrer que la vitesse du solide est en quadrature avance sur l'élongation puis établir la relation entre l'amplitude  $V_m$  de la vitesse et celle  $X_m$  de l'élongation  $x$ .

2.3. Le graphe de la figure (3) représente les variations de la vitesse instantanée en fonction du temps.

La vitesse pouvant s'exprimer sous la forme :

$$v(t) = v_m \cos(\omega_0 t + \varphi_v)$$

En exploitant le graphe de la figure (3) :

2.3.1. Déterminer les valeurs de  $V_m$ ,  $\omega_0$  et  $\varphi_v$ .

2.3.2. En déduire les valeurs de  $x_m$  et  $\varphi_x$ .

2.4. Montrer que l'énergie mécanique du pendule élastique se conserve au cours du temps.

2.5. Le graphe de la figure (4) représente les courbes  $E_p = f(x)$  et  $E = g(x)$  ou  $E_p$  et  $E$  représentent

respectivement l'énergie potentielle élastique et

l'énergie mécanique du pendule élastique.

2.5.1. Attribuer pour chacune des courbes notées  $C_1$  et  $C_2$ , l'énergie correspondante en justifiant la réponse.

2.5.2. En exploitant le graphe de la figure (4), déterminer la raideur  $K$  du ressort et la masse  $m$  du solide.

2.5.3. Trouver l'énergie cinétique du solide lorsqu'il passe par le point d'abscisse  $x = 4$  cm.

2.6. Le solide (S) est maintenant soumis à des forces de frottement de type visqueux  $\vec{f} = -h\vec{v}$  avec  $h$  un coefficient constant et positif appelé coefficient de frottement.

2.6.1. Montrer que l'équation qui régit le mouvement du solide peut se mettre sous la forme :

$$1579. \int V_x dt = -16,53 V_x - 10 \frac{dV_x}{dt}.$$

En déduire la valeur du coefficient de frottement  $h$ .

2.6.2. La courbe relative à l'élongation  $x(t)$  du centre d'inertie en fonction du temps est donnée par le graphe de la figure (5). Nommer le régime d'oscillation puis calculer la variation de l'énergie mécanique du pendule entre  $t_1 = 0$  s et  $t_2 = 1,5$  s en millijoules.

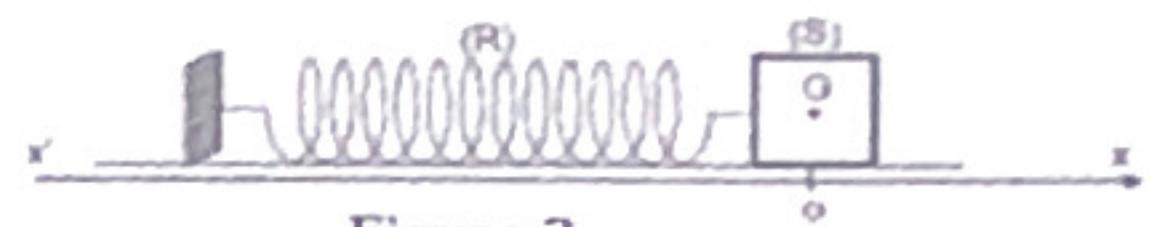


Figure 2

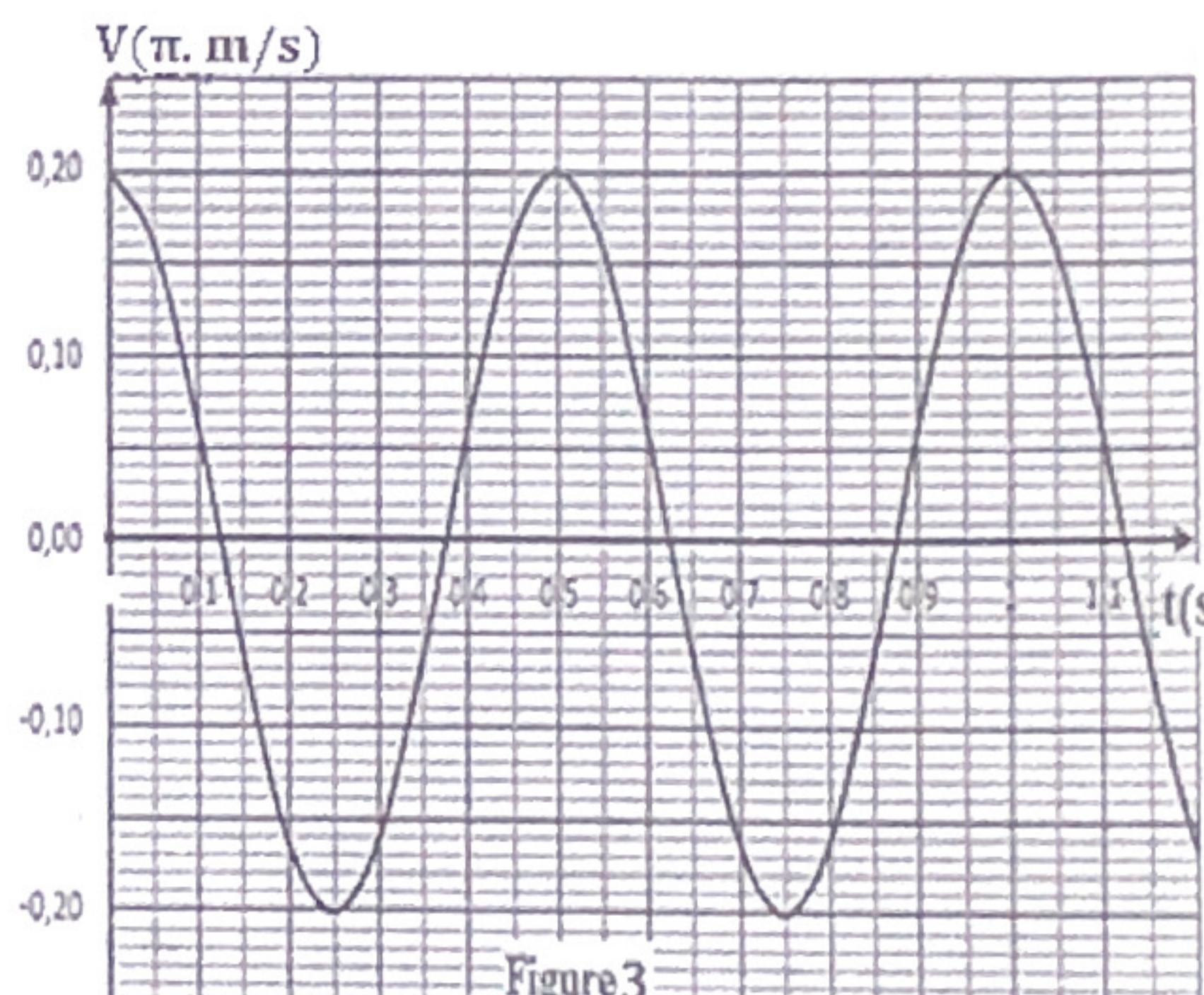


Figure 3

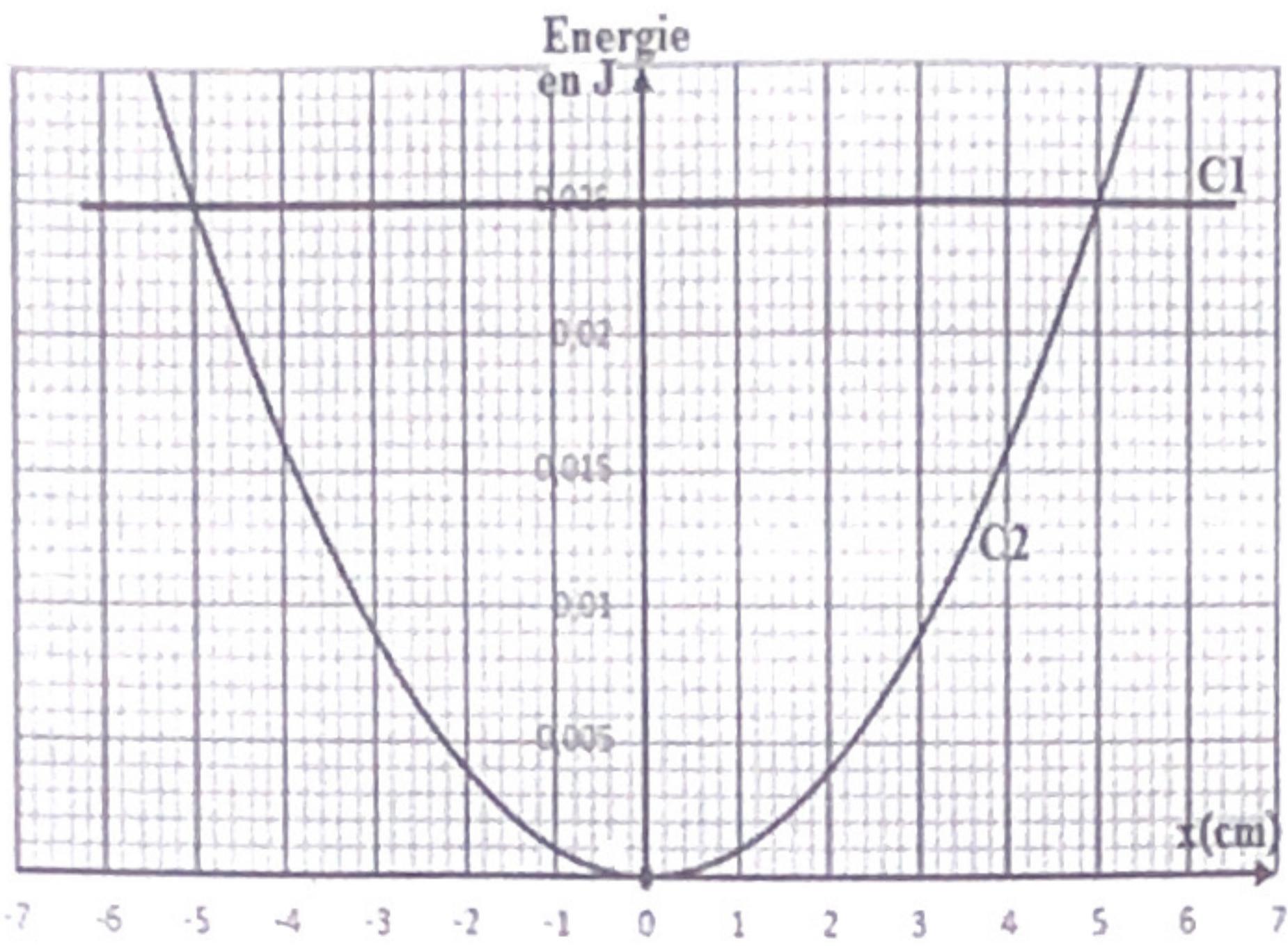


Figure 4

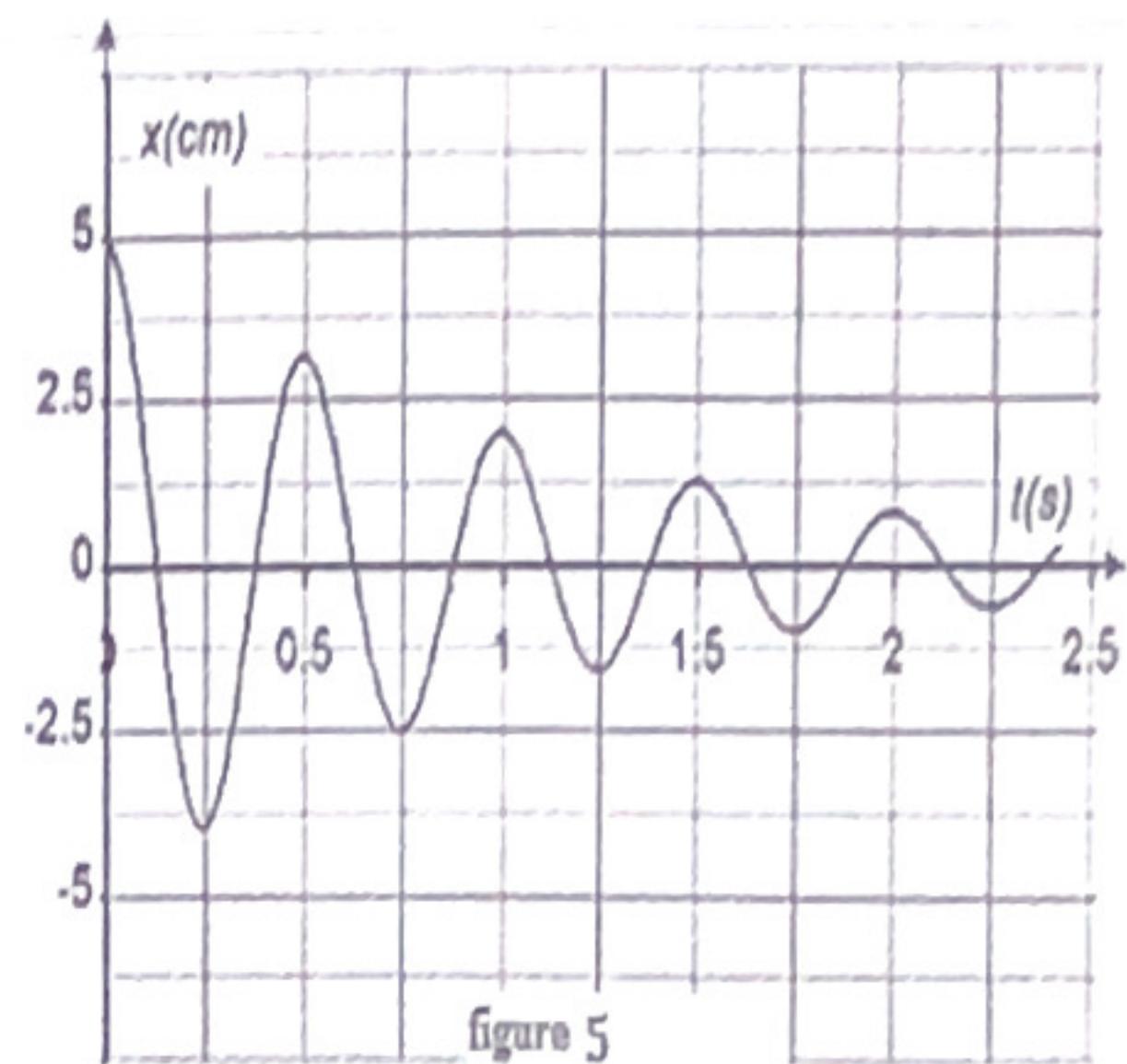


Figure 5

### Exercice 3 20 POINTS

Le potassium est un élément chimique présent dans les cellules, mais aussi dans le sang où il y joue des rôles importants. Un excès ou un déficit de potassium dans le plasma sanguin peut entraîner des complications, notamment cardiaques. Son taux dans le sang est appelé "kaliémie". Le potassium existe sous la forme d'ion dans l'organisme.

A l'intérieur d'une chambre d'ionisation, on produit des ions potassium  $K^+$ . Parmi ces ions existent deux isotopes :  $^{19}K^+$  et  $^{20}K^+$  de masses respectives  $m_1$  et  $m_2$  tel que  $y = x + 1$ .

Donnée : le quotient de l'unité de masse atomique  $u$  et de la charge élémentaire positive  $e$  est

$$\frac{u}{e} = 1,044 \cdot 10^{-8} \text{ kg. C}^{-1}$$

3.1. Ces ions pénètrent dans l'accélérateur par le trou S avec une vitesse pratiquement nulle (voir figure 6). Ils sont accélérés sous l'action d'une différence de potentiel positive  $U = V_N - V_P$ , établie entre les plaques N et P. Ils parviennent au trou S' qui les conduit vers le filtre de vitesse.

On désigne par  $\vec{v}_1$  le vecteur vitesse en S' de l'ion  $^{19}K^+$  et par  $\vec{v}_2$  celui de l'ion  $^{20}K^+$ . On désigne par  $v_1$  et  $v_2$  les valeurs de leurs vitesses respectives.

3.1.1. Montrer que les énergies cinétiques des deux isotopes sont égales en S'.

3.1.2. Etablir le rapport des masses  $\frac{m_2}{m_1}$  et le rapport des vitesses  $\frac{v_2}{v_1}$  en fonction des nombres de masse x et y.

3.1.3. Sachant que le rapport  $\frac{v_1}{v_2} = 1,0127$  en déduire les valeurs des nombres de masse x et y.

3.1.4. Déterminer la valeur de U permettant d'obtenir  $v_1 = 1,10^5 \text{ m.s}^{-1}$ . Quelle est alors la valeur de  $v_2$  ?

3.2. Les deux isotopes pénètrent à l'intérieur du filtre de vitesse avec des vitesses horizontales ayant les valeurs  $v_1$  et  $v_2$  précédentes. Le faisceau d'ions  $K^+$  est soumis à l'action simultanée de deux champs : un champ électrique  $\vec{E}$  perpendiculaire à  $\vec{v}_1$  et  $\vec{v}_2$  et contenu dans le plan de la figure ; un champ magnétique uniforme de vecteur  $\vec{B}$  perpendiculaire à la fois à  $\vec{v}_1$ ,  $\vec{v}_2$  et à  $\vec{E}$ . Les champs  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  d'intensités respectives E et B sont tels que la force électrique et la force magnétique sont de même direction, mais de sens contraires.

3.2.1. On règle E à la valeur  $E_1$ , telle que le mouvement des ions  $^{19}K^+$  soit, dans le filtre de vitesse, un mouvement rectiligne uniforme de trajectoire horizontale S'O (O étant le trou par lequel la particule pénètre dans le déviateur magnétique). Etablir la relation qui existe entre B,  $E_1$  et  $v_1$ . Montrer que seuls les ions  $^{19}K^+$  parviennent au point O.

3.2.2.  $E_1$  étant égal à  $5000 \text{ V.m}^{-1}$ , quelle est la valeur de B ?

3.2.3. On donne à E une autre valeur  $E_2$  permettant de sélectionner au point O l'isotope  $^{20}K^+$ , la valeur de B maintenue constante. Déterminer le rapport  $\frac{E_1}{E_2}$  en fonction de x et y, puis calculer  $E_2$ .

3.3. Les ions sélectionnés au point O pénètrent dans le déviateur magnétique où règne uniquement un champ magnétique uniforme  $\vec{B}'$  perpendiculaire au vecteur vitesse des ions, parallèle au vecteur  $\vec{B}$ , de même sens que ce vecteur et d'intensité  $B'$ .

3.3.1. Montrer que dans le déviateur le mouvement d'un ion est plan circulaire et uniforme.

3.3.2. On règle à la valeur  $E_1$  permettant de sélectionner l'isotope  $^{19}K^+$  au point O, avec la vitesse horizontale de valeur  $v_1$ . Ces ions parviennent au trou  $P_1$  tel que  $OP_1 = 2,000\text{m}$ . Calculer  $B'$ .

3.3.3. On règle E à la valeur  $E_2$  permettant de sélectionner l'isotope  $^{39}K^+$  au point O, avec la vitesse horizontale de valeur  $v_2$ . Ces ions parviennent au point  $P_2$ . Exprimer le rapport  $\frac{OP_1}{OP_2}$  en fonction de x et y, puis calculer la distance  $P_1P_2$ .

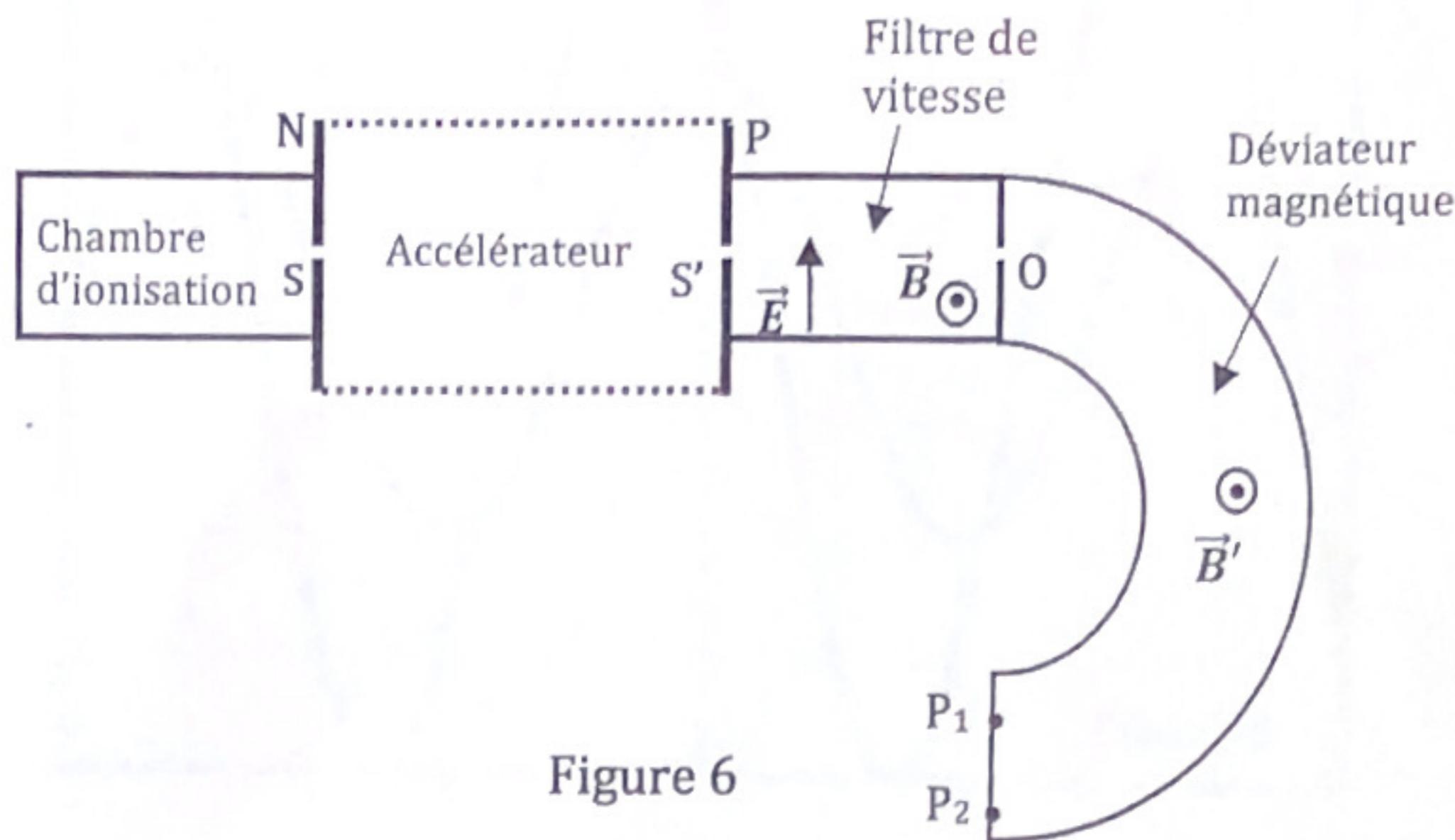


Figure 6

#### Exercice 4 15 POINTS

On considère le montage électrique de la figure 7, où le générateur applique aux bornes du dipôle (AB) une tension alternative sinusoïdale de la forme :  $u(t) = U_m \cos(2\pi Nt + \varphi)$ . La tension maximale  $U_m$  est constante et la fréquence N réglable. L'intensité instantanée du courant qui traverse ce dipôle est :  $i(t) = I_m \cos(2\pi Nt)$ . On visualise aux entrées de l'oscilloscope  $Y_1$  et  $Y_2$  les tensions  $u(t)$  et  $u_R(t)$  respectivement tension aux bornes du générateur et du résistor, en utilisant la même sensibilité verticale pour les deux voies : 1V/div et la sensibilité horizontale 2ms/div.

4.1. On fixe la fréquence N à la valeur  $N_1$  et la capacité C du condensateur à la valeur  $C_1$ . La résistance du conducteur ohmique est  $R = 100 \Omega$ . On obtient l'oscillogramme de la figure 8.

4.1.1. Recopier la figure 7 et y faire figurer les branchements de l'oscilloscope qui permettent de visualiser les tensions  $u(t)$  et  $u_R(t)$ .

4.1.2. En utilisant l'oscillogramme de la figure 8, déterminer :

(a) La période T et la pulsation des oscillations.

(b) La tension maximale  $U_m$  et l'intensité maximale  $I_m$  du courant.

(c) Le déphasage  $\varphi_{u/i}$  de la tension  $u(t)$  par rapport à l'intensité  $i(t)$  puis écrire l'expression numérique de  $u(t)$ .

4.1.3. A l'aide d'un voltmètre, on mesure la tension aux bornes de la bobine  $U_L$  et après aux bornes du condensateur  $U_C$  ; on obtient successivement en volts :  $U_L = 3,3\sqrt{2}$  ;  $U_C = 1,27\sqrt{2}$

(a) Calculer l'impédance Z du circuit (R, L, C).

(b) Calculer l'impédance  $Z_L$  de la bobine, l'impédance  $Z_C$  du condensateur et l'impédance  $Z_R$  du conducteur ohmique. Comparer Z et la somme de  $Z_L$ ,  $Z_C$  et  $Z_R$  puis dire si l'impédance est une grandeur extensive ou intensive.

(c) Calculer les valeurs de l'inductance L de la bobine supposée idéale et celle de la capacité C du condensateur

(d) Calculer les deux grandeurs :  $(U_L - U_C)^2$  et  $(U_L^2 - U_C^2)$  et les comparer et déduire la relation suivante :

$$Z = \sqrt{Z_R^2 + [Z_L - Z_C]^2}$$

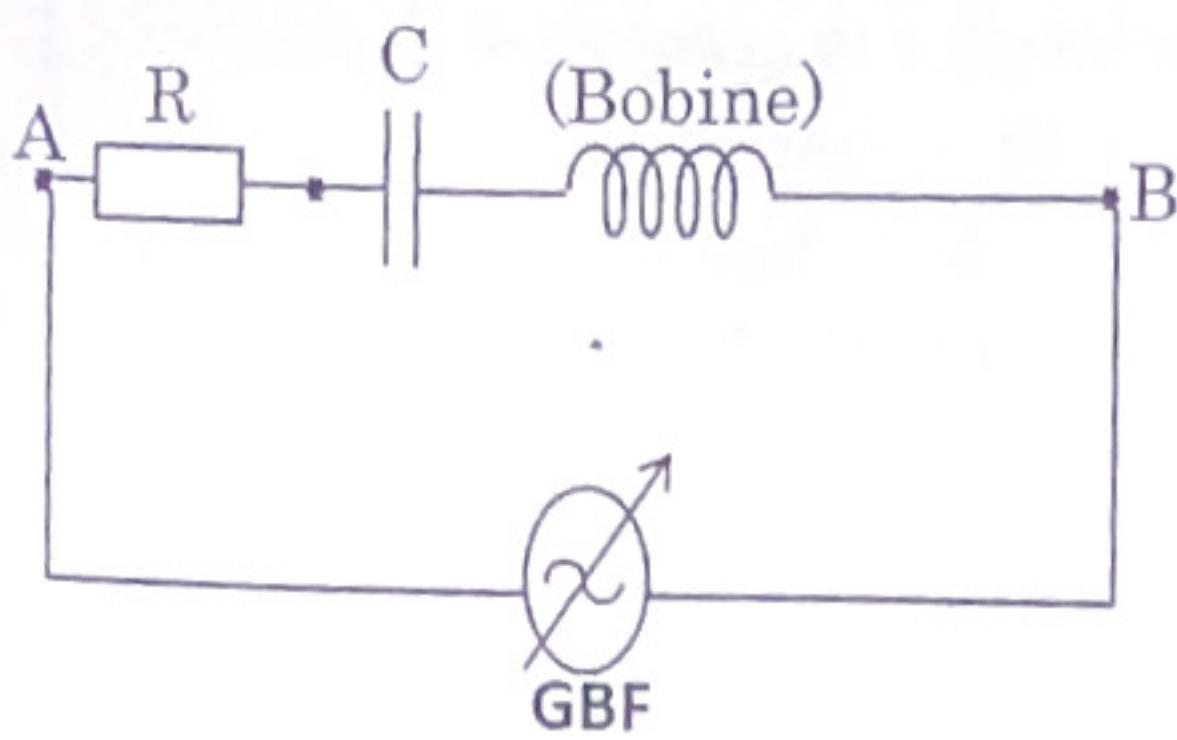


Figure 7

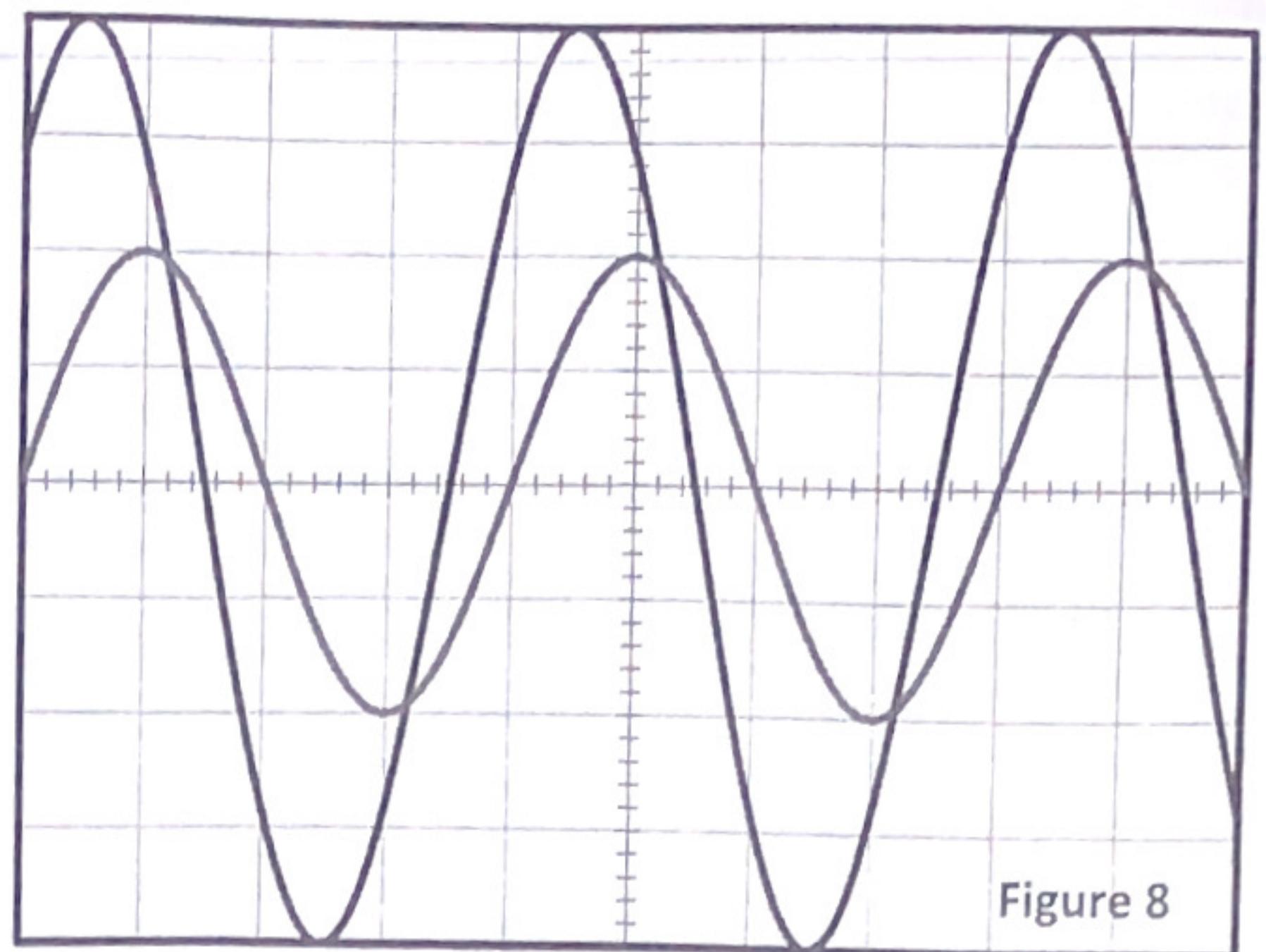


Figure 8

### Exercice 5 22 points

Deux causes peuvent être à l'origine de douleurs cardiaques :

- soit les cellules qui constituent le muscle cardiaque sont détruites (ce qui correspond à un infarctus du myocarde)
- soit les cellules sont encore vivantes mais souffrent du manque d'oxygène dû à une réduction de l'irrigation sanguine (ce qui correspond à une ischémie coronaire).

Le cardiologue prescrit une scintigraphie myocardique au cours de laquelle du thallium 201 est injecté au patient par voie intraveineuse. Cet élément radioactif, émetteur gamma, n'est fixé que par les cellules vivantes du cœur et son rayonnement de faible énergie est alors détecté par une gamma-caméra à scintillations. D'après un texte du mensuel Pour la Science.

#### 5.1. Production du thallium 201.

Le thallium naturel  $^{81}\text{Tl}$  est composé de thallium 203 et de thallium 205 à raison respectivement de 29,5 % et 70,5 % en masse.

5.1.1. Indiquer le nombre de protons et de neutrons contenus dans chacun de ces noyaux. Expliquer pourquoi ces noyaux sont des isotopes.

5.1.2. On bombarde par un flux de protons une cible de thallium. Le thallium 203 se transforme en plomb 201 selon :  $^{203}\text{Tl} + {}_1^1\text{p} \rightarrow {}_{82}^{201}\text{Pb} + 3X$ .

En rappelant les lois utilisées, identifier la particule X.

5.1.3. Le plomb 201 précédemment obtenu subit spontanément une désintégration radioactive  $\beta^+$  pour former le thallium 201. Ecrire l'équation de la désintégration du noyau de plomb 201 en thallium 201. On supposera que le noyau fils émis n'est pas dans un état excité.

#### 5.2. La désintégration du thallium 201.

On donne  $c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ ;  $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$ ;  $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ .

5.2.1. Lors de la désintégration du thallium 201 un des rayonnements émis possède une énergie  $E = 135 \text{ keV}$ . Calculer la longueur d'onde  $\lambda$  de ce rayonnement émis.

5.2.2. Le processus de désintégration du thallium 201 s'effectue en plusieurs étapes. On obtient un noyau excité de mercure  $\text{Hg}^*$  qui se désexcite en émettant le rayonnement d'énergie  $E = 135 \text{ keV}$ . Dans un noyau, il existe des niveaux d'énergie comme dans le cortège électronique d'un atome. On a représenté ci-contre (figure 9) le diagramme énergétique du noyau de mercure.

A quelle transition correspond le rayonnement d'énergie  $E = 135 \text{ keV}$  ?

#### 5.3. Scintigraphie myocardique.

On donne : constante radioactive du thallium 201 :  $\lambda = 2,6 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ ;  $M(\text{Tl}) = 201,0 \text{ g/mol}$ ;  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ .

Lors d'une scintigraphie myocardique, on utilise une solution de chlorure de thallium 201 dont l'activité volumique  $A_v$  est de  $37 \text{ MBq mL}^{-1}$ . Cet examen nécessite l'injection par voie intraveineuse d'une solution

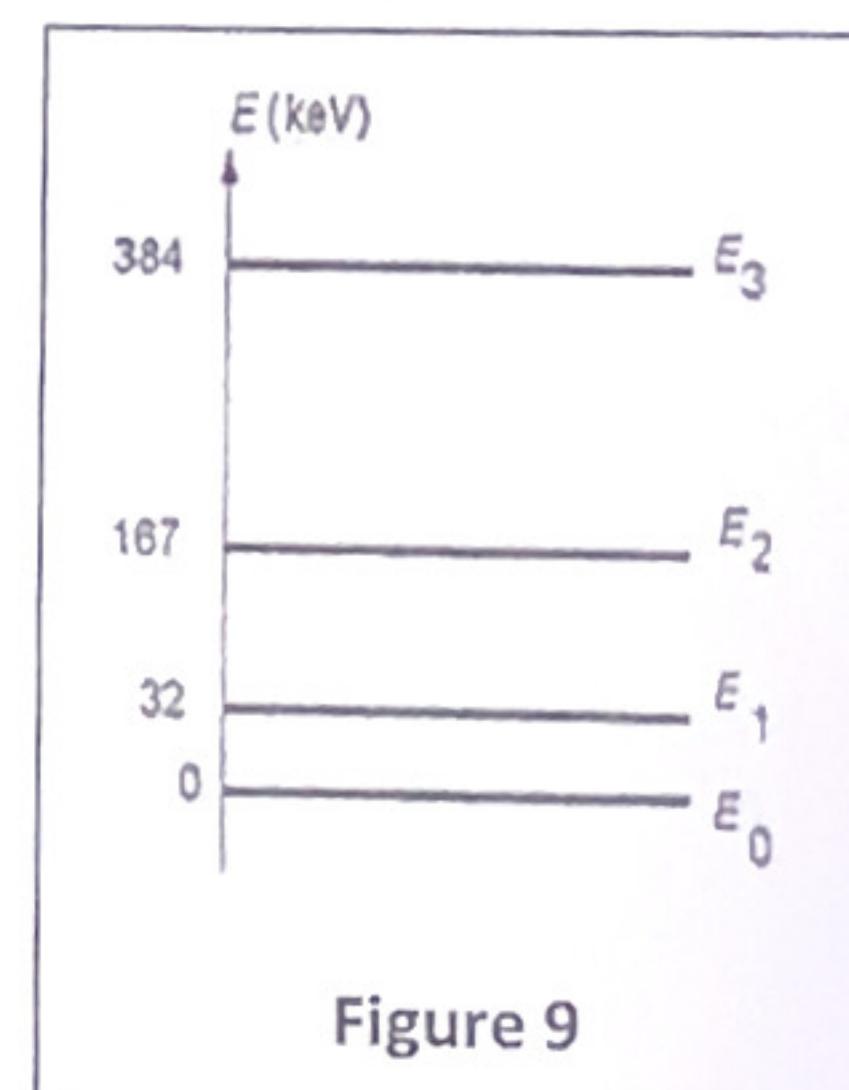


Figure 9

d'activité  $A_0 = 78 \text{ MBq}$  chez un individu de 70 kg. On visualise les premières images du cœur grâce à une gamma-caméra à scintillations quelques minutes seulement après l'injection.

5.3.1. Calculer le volume  $V$  de solution d'activité  $A_0$  à injecter, le nombre de noyaux et la masse  $m_0$  de thallium 201 correspondants.

5.3.2. Le thallium présentant une certaine toxicité, une dose limite a été fixée. Elle est de  $15 \text{ mg kg}^{-1}$  par unité de masse corporelle. La dose injectée au patient présente-t-elle un danger ? justifier la réponse.

5.3.3. On estime que les résultats de l'examen sont exploitables tant que l'activité du traceur est supérieure à 3 MBq. Déterminer au bout de combien de jours une nouvelle injection est nécessaire.

FIN DU SUJET