

SUJET 1

EXERCICE 1 25 points

La figure (1) ci-dessous représente une piste ABCD située dans un plan vertical :

- la partie (AB) est rectiligne de longueur $\ell = 1$ m et inclinée d'un angle $\alpha = 30^\circ$ sur l'horizontale.
- la partie (BC) est un arc de cercle de centre O, de rayon $r = \ell$ et telle que l'angle $\theta_C = (\vec{OB}; \vec{OC}) = 10^\circ$.
- la partie (CD) est un arc de cercle de centre O', de rayon $r' = \ell$.

Les parties (BC) et (CD) sont tangentes en C.

Sur la partie (AB), les forces de frottements sont équivalentes à une force \vec{f} parallèle à la piste et opposée à la vitesse d'intensité f constante.

Les frottements sont négligeables sur les autres parties de la piste. L'action de l'air sera négligée et on prendra $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

Un solide S ponctuel de masse $m = 200$ g part du point A sans vitesse initiale. Il reste sur la piste (ABCD) jusqu' en D et la quitte à partir du point D.

Première partie :

1.1. Exprimer la vitesse V_B du solide au point B en fonction de m , g , ℓ , f et α .

1.2. Montrer que la vitesse V du solide au point M est donnée par la relation :

$$V = \sqrt{2gr \left[\sin\alpha + \cos\alpha - \cos(\alpha + \theta) - \frac{f}{mg} \right]}.$$

1.3. Exprimer l'intensité R de la réaction de la piste sur le solide en fonction de m , g , α , θ , r et V . En déduire que R peut se mettre sous la forme : $R = mg[3\cos(\alpha + \theta) - 2(\sin\alpha + \cos\alpha)] + 2f$.

1.4. Trouver l'intensité f de la force de frottement sachant que la valeur l'intensité de la réaction en C est $R_C = 0,132$ N. En déduire la valeur V_C de la vitesse en C.

Deuxième partie :

Le raccordement est tel que le solide quitte la piste au point D situé au même niveau que C avec la vitesse $V_D = 2,65 \text{ m.s}^{-1}$.

2.1. Etablir, dans le repère $(O' \vec{i}; \vec{j})$ indiqué sur la figure 1, les équations horaires $x(t)$ et $y(t)$ du mouvement de la sphère à partir du point D.

2.2. Trouver l'équation cartésienne de la trajectoire du solide.

2.3. Déterminer les coordonnées du point de chute E du solide au sol.

2.4. Le solide arrive au point E avec une vitesse \vec{V}_E . Donner les caractéristiques de \vec{V}_E .

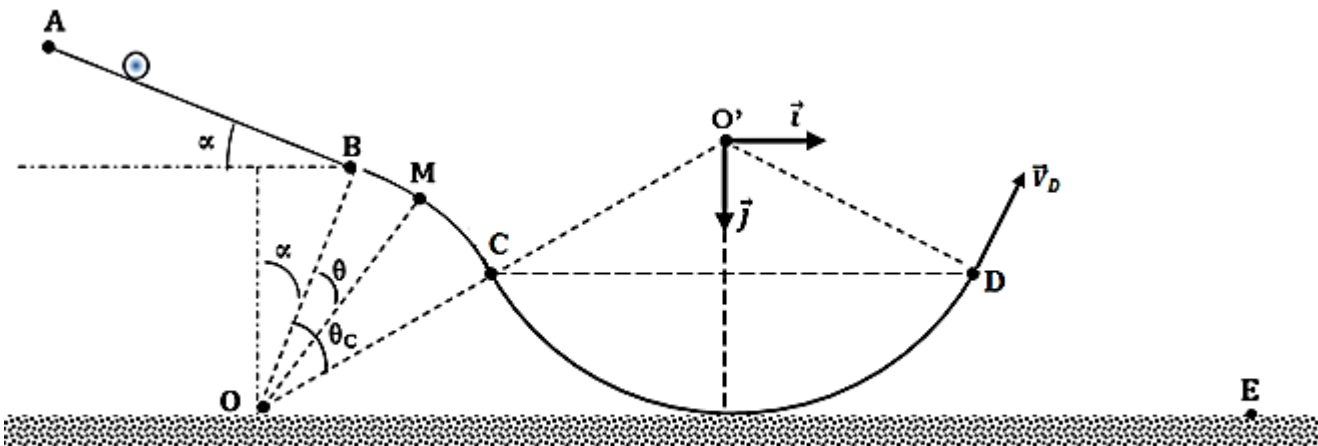


Figure 1

EXERCICE 2**25 points**

Données : $U_0 = IU_{AC}I = 300 \text{ V}$; masse de l'électron : $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; charge élémentaire : $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Des électrons, émis à la cathode C avec une vitesse négligeable sont accélérés sous une tension U_{AC} dans le domaine (I). Ils traversent l'anode A et pénètrent dans un domaine (II) où règne un champ électrique uniforme \vec{E} où ils sont déviés vers la plaque P_1 . Les plaques P_1 et P_2 ont chacune une longueur $\ell = 10,3 \text{ cm}$ et sont distantes de $d = 4 \text{ cm}$. A la sortie au point S d'ordonnée $Y_s = 1,6 \text{ cm}$ du domaine (II) où règne le champ électrique \vec{E} , les électrons pénètrent dans le domaine (III) où règne un champ magnétique uniforme \vec{B} où ils sont déviés vers la plaque sensible P (figure 2).

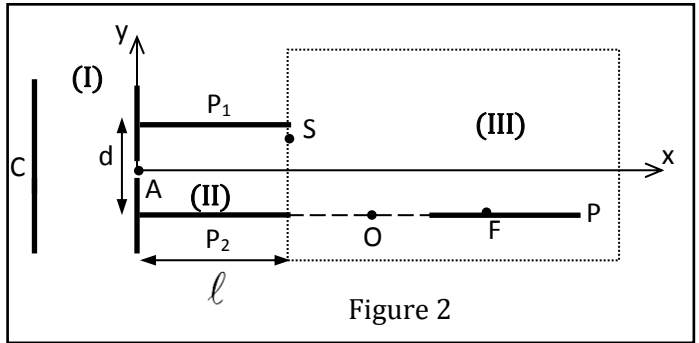


Figure 2

- 2.1. Déterminer le signe de la tension U_{AC} et l'expression de la vitesse V_A des électrons lorsqu'ils arrivent à l'anode A à l'instant de date $t = 0$. Calculer V_A .
- 2.2. Quel doit être le sens de \vec{E} pour que les électrons soient déviés vers la plaque P_1 ?
- 2.3. Déterminer les équations horaires du mouvement des électrons soumis au champ électrique \vec{E} dans le repère $(A ; \vec{i} ; \vec{j})$. En déduire l'équation de la trajectoire et sa nature.
- 2.4. Calculer la valeur de la tension $U = U_{P1P2}$ aux bornes des plaques P_1 et P_2 puis exprimer la tension U_{AS} en fonction de Y_s , d et U .
- 2.5. Montrer que la valeur V_s de la vitesse \vec{V}_s des électrons à la sortie, au point S peut se mettre sous la forme :

$$V_s = \sqrt{\frac{2e}{m_e} (U_0 + U_{SA})}$$

Calculer V_s . En déduire la valeur de l'angle α entre la vitesse \vec{V}_s à la sortie S et l'axe des abscisses.

- 2.6. A leur sortie en S, les électrons entrent dans le domaine (III) où règne un champ magnétique \vec{B} uniforme.
 - 2.6.1. Quel doit être le sens de \vec{B} pour que les électrons soient déviés vers la plaque sensible P ? Justifier la réponse en représentant \vec{B} dans le domaine où il existe, le vecteur vitesse \vec{V}_s et la force magnétique \vec{F}_m au point S.
 - 2.6.2. Montrer alors que le mouvement des électrons dans le domaine (III) est plan, circulaire et uniforme. Exprimer littéralement $R = OS$ rayon de la trajectoire des électrons en fonction de V_s , B , de leur masse m_e et de leur charge q .
 - 2.6.3. Pour $V_s = 1,1 \cdot 10^7 \text{ m.s}^{-1}$, calculer le rayon R et en déduire la valeur du champ magnétique \vec{B} .
 - 2.6.4. Dans le repère $(A ; \vec{i} ; \vec{j})$, établir l'équation cartésienne de la trajectoire de l'électron dans le domaine (III).
 - 2.6.5. Les électrons rencontrent la plaque P au point F. Trouver les coordonnées du point F dans le repère $(A ; \vec{i} ; \vec{j})$.

EXERCICE 3 15 points

Perméabilité magnétique du vide : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ S.I.}$

On considère un solénoïde de longueur $\ell = 60 \text{ cm}$ de résistance $R = 4 \Omega$, comprend $N = 2000$ spires.

- 3.1. Dans un premier temps, les extrémités du solénoïde sont branchées aux bornes d'un générateur G_0 de f.e.m $E_0 = 24 \text{ V}$ et de résistance interne $r = 2 \Omega$.
 - 3.1.1. Calculer l'intensité du courant dans le circuit.
 - 3.1.2. Faire un schéma du solénoïde et y indiquer clairement le sens du courant et le vecteur champ magnétique à l'intérieur. Préciser les caractéristiques du vecteur champ magnétique à l'intérieur du solénoïde.
 - 3.1.3. -On introduit à l'intérieur du solénoïde une bobine plate d'aire $s = 5 \text{ cm}^2$ (par spire) comportant $n = 50$ spires. L'axe du solénoïde est orthogonal au plan de la bobine.

Calculer le flux d'induction magnétique à travers la bobine et l'inductance L de la bobine

3.2. On remplace le générateur G_0 par un autre générateur G qui débite dans le solénoïde un courant d'intensité i périodique comme l'indique la figure 3.

On relie ensuite les extrémités de la bobine intérieure à un oscillographe.

3.2.1. Expliquer pourquoi la bobine est le siège d'un phénomène d'induction. Déterminer la f.e.m d'induction pour $t \in [0 ; 0,5 \text{ ms}]$ et $t \in [0,5 \text{ ms} ; 1,5 \text{ ms}]$.

3.2.2. Représenter, pour $t \in [0 ; 3,5 \text{ ms}]$, la tension observée sur l'écran de l'oscillographe.

La base des temps est sur la graduation $0,5 \text{ ms} \cdot \text{cm}^{-1}$. La sensibilité verticale est sur la graduation $0,25 \text{ V} \cdot \text{cm}^{-1}$.

3.3. Cette fois-ci on considère une bobine plate formée de $n' = 500$ spires. Chaque spire a une surface $s' = 100 \text{ cm}^2$. La bobine tourne à vitesse angulaire constante ω autour d'un axe (Δ) diamétral et vertical dans un champ magnétique uniforme horizontal de vecteur \vec{B} .

Des contacts électriques mobiles permettent de relier les extrémités A et C du conducteur respectivement à l'entrée Y et à la masse M d'un oscillographe (figure 4). Le balayage horizontal étant réglé sur $10 \text{ ms} \cdot \text{div}^{-1}$ et la sensibilité verticale sur $1 \text{ V} \cdot \text{div}^{-1}$, on observe la courbe de la figure 5 sur l'oscillographe.

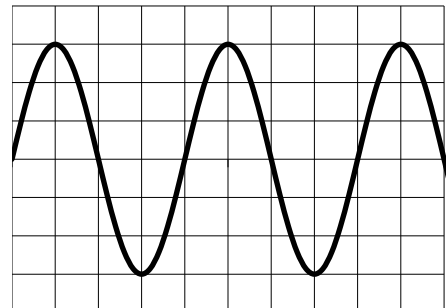
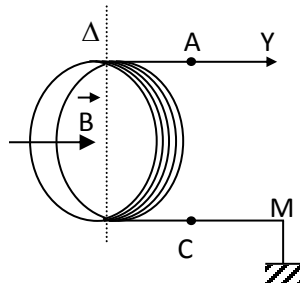
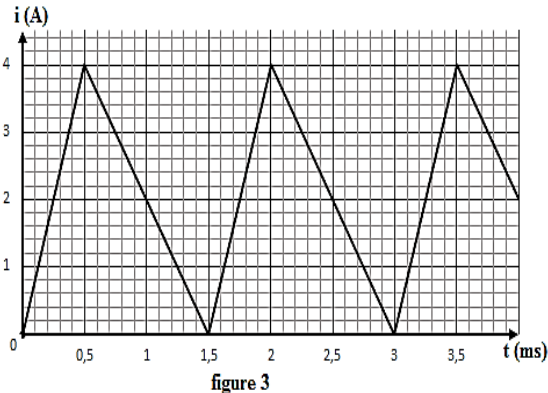
3.3.1. Justifier qualitativement l'existence d'une tension entre A et C lors de la rotation de la bobine.

3.3.2. Montrer que la bobine est siège d'une f.e.m induite donnée par l'expression :

$e = e_{\max} \sin(\omega t + \theta_0)$ où e_{\max} et θ_0 sont des constantes ($e_{\max} > 0$). Exprimer e_{\max} en fonction de ω , n' , s' et B .

3.3.3. En déduire l'expression de la tension u_{AC} .

3.3.4. Déterminer alors, en utilisant l'oscillogramme de la figure 5, la vitesse angulaire ω de la bobine ainsi que l'intensité B du champ magnétique \vec{B} .



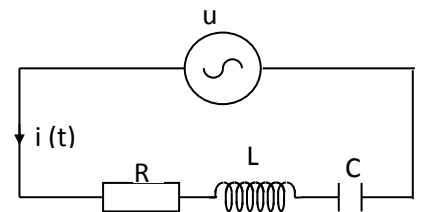
EXERCICE 4 15 points

Un circuit est composé d'un condensateur de capacité $C = 0,25 \cdot 10^{-6} \text{ F}$, d'un résistor de résistance $R = 2000 \Omega$, d'une bobine pure d'inductance $L = 1 \text{ H}$ et d'un générateur qui fournit une tension sinusoïdale $u(t)$, de pulsation ω .

4.1. Etablir l'équation donnant $u(t)$ en fonction de $i(t)$, $\frac{di(t)}{dt}$ et $q(t)$ où $q(t)$ est

la charge de l'armature liée à la bobine.

4.2. On pose $i(t) = I_m \cos(\omega t)$ et $u = U_m \cos(\omega t + \phi)$. A partir de la construction de FRESNEL trouver l'expression de l'intensité efficace I en fonction de la tension efficace U et des caractéristiques du circuit.



4.3. Montrer que l'intensité efficace I prend la valeur maximal $I_0 = \frac{U}{R}$ pour une valeur ω_0 de ω que l'on exprimera.

4.4. On pose $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ et $Q = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0}$

4.4.1. Montrer que $\frac{I}{I_0} = F(x) = \frac{1}{\sqrt{1+Q^2(x-\frac{1}{x})^2}}$

4.4.2. On fait varier la pulsation ω et on détermine les couples de valeurs $[x ; F(x)]$; ce qui à permis de tracer le graphe de la figure 6:

4.4.2.1 x_1 et x_2 étant les racines positives des équations
$$\begin{cases} x^2 + \frac{x}{Q} - 1 = 0 \\ x^2 - \frac{x}{Q} - 1 = 0 \end{cases}$$

Montrer que $x_2 - x_1 = \frac{1}{Q}$ puis $\omega_2 - \omega_1 = \frac{\omega_0}{Q}$.

4.4.2.2 On appelle bande passante pour I , le segment $[x_1 ; x_2]$ ou $[\omega_1 ; \omega_2]$ tel que $F(x_1) = F(x_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Déterminer graphiquement la bande passante et en déduire la valeur du facteur de qualité Q .

4.4.2.3 : Faire l'application numérique du facteur de qualité défini en 4-4 et comparer les deux valeurs de Q .

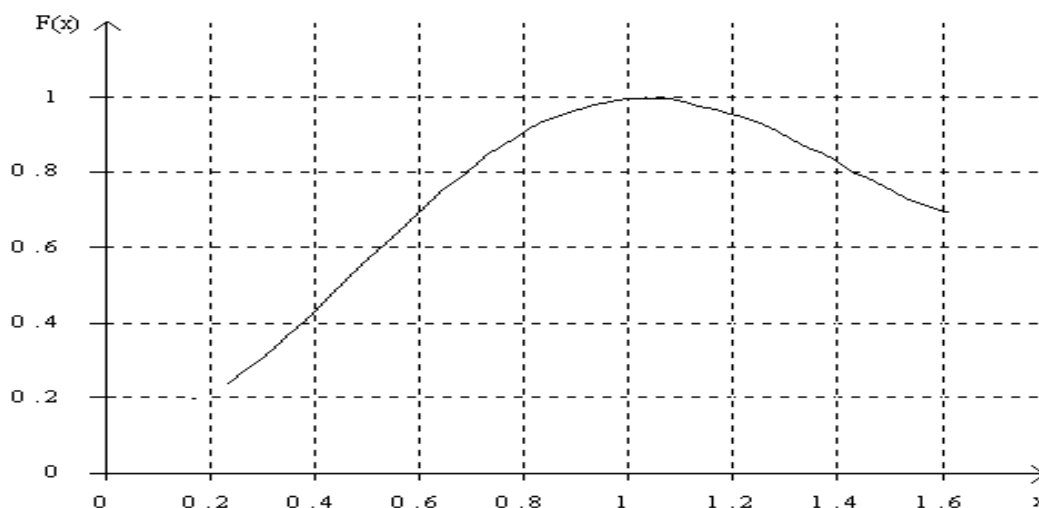


Figure 6

EXERCICE 5 20 points

Il existe deux principaux isotopes stables du chlore (dont les nombres de masse sont 35 et 37) trouvés dans les proportions respectives de 3 pour 1 et qui donnent aux atomes en vrac une masse molaire atomique apparente de $35,5 \text{ g.mol}^{-1}$.

Le chlore a 9 isotopes avec des nombres de masse s'étendant de 32 à 40. Seulement trois de ces isotopes existent à l'état naturel : le ^{35}Cl stable (75,77 %), le ^{37}Cl stable (24,23 %) et le ^{36}Cl radioactif.

Le rapport du nombre de noyaux de ^{36}Cl au nombre total de noyaux de Cl présents dans l'environnement est de $7,0 \times 10^{-13}$ actuellement.

Le « chlore 36 » (^{36}Cl) se désintègre essentiellement en « argon 36 » (^{36}Ar). La demi-vie du ^{36}Cl est de 301×10^3 ans. Cette valeur le rend approprié pour dater géologiquement les eaux souterraines sur une durée de soixante mille à un million d'années.

Données :

- 1 an = $3,156 \times 10^7$ s.
- Célérité de la lumière dans le vide : $c = 3 \times 10^8$ m.s⁻¹
- Masse molaire atomique du chlore : $M(\text{Cl}) = 35,5$ g.mol⁻¹
- Constante d'Avogadro : $N_A = 6,022 \times 10^{23}$ mol⁻¹
- Masse et numéro atomique de quelques particules et noyaux :

Particule ou noyau	Proton	Neutron	Le « chlore 36 »	« Argon 36 »
Masse en 10 ⁻²⁷ kg	1,67262	1,67492	59,71128	xxxxxxxxxxxx
Numéro atomique Z	1	0	17	18

5.1. Définir le terme « isotopes ».

5.2. Donner le symbole complet du noyau de « chlore 36 » et sa composition.

5.3. Qu'appelle-t-on l'énergie de liaison E_L d'un noyau ? Calculer, en MeV, l'énergie de liaison E_L d'un noyau de « chlore 36 ».

5.4. Le texte évoque la réaction de désintégration d'un noyau de « chlore 36 ». Écrire l'équation de cette réaction, en indiquant le type de radioactivité mise en jeu et les lois utilisées.

5.5. Donner la définition du temps de « demi-vie » $t_{1/2}$ d'un noyau. Etablir la relation entre le temps de demi-vie $t_{1/2}$ et la constante radioactive λ . Calculer la constante radioactive de l'isotope de « chlore 36 ».

5.6. Une bouteille contient un volume $V = 1,5$ L d'eau minérale. Sa teneur en ions chlorure est indiquée sur l'étiquette et vaut $C_m = 13,5$ mg.L⁻¹.

5.6.1. Déterminer la quantité de matière d'ions chlorure contenue dans l'eau de cette bouteille.

5.6.2. On suppose que le rapport du nombre de noyaux de « chlore 36 » au nombre total de noyaux de chlore présents dans cette eau minérale est celui donné dans l'énoncé. Calculer le nombre N de noyaux de « chlore 36 » présents dans cette bouteille.

5.6.3. Montrer que la relation entre l'activité A d'un échantillon et le nombre moyen de noyaux N présent dans cet échantillon, à une date t donnée est : $A = \lambda N$. En déduire la valeur de l'activité en « chlore 36 » de l'eau que contient cette bouteille pour $C_m = 13,5$ mg.L⁻¹.

5.6.4. En déduire la valeur du nombre de désintégrations de noyaux de « chlore 36 » par jour.

5.7. L'étude des isotopes radioactifs apporte des informations concernant la durée du transit souterrain d'une eau c'est-à-dire l'âge de la nappe phréatique. Les ions chlorure Cl⁻ sont presque toujours présents dans les eaux minérales naturelles et ne sont que rarement impliqués dans les interactions eaux - rochers. Dans les eaux de surface, le « chlore 36 » est renouvelé et la teneur en « chlore 36 » peut être supposée constante, ce qui n'est pas le cas dans les eaux souterraines des nappes phréatiques. Le « chlore 36 », de demi vie $3,01 \times 10^5$ ans, est donc un traceur particulièrement à l'étude des eaux souterraines. Pour dater des eaux, on peut utiliser le « carbone 14 », de demi-vie $5,73 \times 10^3$ ans, présent dans les ions carbonate CO_3^{2-} dissous par exemple.

5.7.1. Entre le « carbone 14 » et le « chlore 36 », l'un est adapté pour la datation d'une eau souterraine ancienne et l'autre à une eau souterraine plus récente. Attribuer à chaque isotope le type d'eau pour lequel il est adapté en justifiant la réponse.

5.7.2. On considère un échantillon, de volume V donné, d'eau issue d'une nappe phréatique.

On note :

- N_0 le nombre moyen de noyaux de « chlore 36 » présents dans cet échantillon à l'instant de date $t_0 = 0$ s de la constitution de la nappe.
- $N(t)$ le nombre moyen de noyaux de « chlore 36 » dans l'eau extraite aujourd'hui de cette nappe et donc non renouvelée en « chlore 36 ».

On admet que N_0 est égal au nombre moyen de noyaux de « chlore 36 » présents dans un échantillon de même volume V d'eau de surface.

Trouver l'âge d'une nappe phréatique dont l'eau non renouvelée ne contient plus que 38 % du nombre de noyaux de « chlore 36 » trouvée dans les eaux de surface.

FIN DE L'ÉPREUVE