INSTITUTION SAINTE FATIMA
TD CINEMATIQUE
TERMINALE S_2

Exercice 1 :

1. Répondre par vrai (V) ou faux (F) : On considère le mouvement d'un mobile décrivant une trajectoire curviligne ou non.

1.1. Le vecteur-vitesse est toujours tangent à la trajectoire au point considéré.

1.2. Dans un mouvement curviligne, le vecteur-accélération peut être tangent à la trajectoire au point considéré.

1.3. Une accélération tangentielle nulle implique un mouvement uniforme.

1.4. Si $\vec{v}.\vec{a} < 0$, le mouvement est retardé.

1.5. Une accélération tangentielle constante implique toujours un mouvement rectiligne uniformément retardé ou accéléré.

1.6. Le vecteur-accélération normal est toujours dirigé vers l'intérieur d'une trajectoire curviligne.

1.7. Si, à l'instant t, la vitesse d'un mobile est nulle, alors son accélération est aussi nulle

1. Répondre par vrai (V) ou faux (F) : Dans un mouvement rectiligne uniforme

2.1. La norme du vecteur - vitesse $||\vec{v}||$ est constante.

2.2. Le vecteur - vitesse est constant.

2.3. La norme du vecteur - accélération est constant et strictement positive.

2.4. Le vecteur - accélération est normal à la trajectoire au point considéré.

2. Répondre par vrai (V) ou faux (F) : Dans un mouvement circulaire uniforme

1.1. La norme du vecteur - vitesse $||\vec{v}\,||$ est constante.

1.2. Le vecteur - vitesse $\vec{v}$est constant.

1.3. Le vecteur - accélération $\vec{a}$est constant.

1.4. L'accélération tangentielle at est nul.la norme du vecteur - accélération $||\vec{v}\,||$ est constante.

1.5. Le vecteur - accélération $\vec{a}$ est normal à la trajectoire au point considéré.

1.6. Le vecteur - accélération est centripète.

1.7. La période T du mouvement est proportionnelle à la vitesse V.

3. Un enfant laisse tomber un objet par la fenêtre d'un train en marche sur une voie rectiligne horizontale. Que peut-on choisir comme référentiel d'espace et comme repères (espace et temps) pour étudier aussi simplement que possible le mouvement du centre d'inertie de l'objet ?

4. Définir la base de FRENET. Donner dans cette base les composantes du vecteur - accélération.

5. Que peut-on dire du vecteur - vitesse d'un mobile dont la distance à un point O est constante ? Justifier.
6. Que peut-on dire du vecteur-accélération d'un mobile pour lequel $\|\vec{a}\|$ = constante ?
7. Un mobile M est animé d'un mouvement rectiligne uniformément varié tel que $a = 5\ m/s^2$, $V_0 = 2$ m/s et $x_0 = 5$ m où V_0 et x_0 sont respectivement la vitesse et l'abscisse du mobile à la date t = 0. Déterminer, pour ce point, les équations horaires v(t) et x(t).
8. Pendant le freinage, une voiture, lancée à la vitesse V = 90 km/h, parcourt 100 m avant de s'arrêter. En supposant que le mouvement est uniformément varié, calculer l'accélération de la voiture.
9. Une roue de rayon R = 50 cm tourne à la vitesse constante de 3 tours par seconde autour de son axe qui reste fixe. Déterminer :

9.1. Sa vitesse angulaire w.

9.2. La vitesse V et l'accélération a d'un point à la périphérie de la roue.

Exercice 2 :

Les équations paramétriques (en unités S.I.) d'un mobile M se déplaçant dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ sont (x = t2 + 2 et y = -3t2 + 15t).

1. Calculer la vitesse moyenne V_{moy} du mobile entre les instants $t_1 = 2$ s et $t_2 = 5$ s.
2. Calculer l'accélération moyenne a_{moy} entre ces mêmes instants.

Exercice 3 :

Le vecteur position d'un mobile M se déplaçant dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ est : $\overrightarrow{OM}$ (x = 2t ; y = $2t^2 - 5t$ et z = 3 (x et y en mètres et t en secondes)

1. Montrer que le mobile se déplace dans un plan et définir ce plan.
2. Établir l'équation cartésienne de la trajectoire du mobile ; quelle est la nature de la trajectoire ?
3. A quel instant le mobile passe-t-il au point d'abscisse x = 10 m ? Calculer sa vitesse à cet instant.

Exercice 4 :

Les équations paramétriques (en unités S.I.) d'un mobile M se déplaçant dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ sont : $x = 3t$ et $y = -t^2 + 2t$

1. Établir l'équation cartésienne de la trajectoire du mobile ; quelle est la nature de la trajectoire ?
2. Calculer la vitesse du mobile au sommet de sa trajectoire.
3. Calculer la vitesse du mobile au point d'ordonnée y = 1 m.
4. Calculer l'accélération du mobile. Pour quelle(s) valeur(s) de t le mouvement est-il accéléré ? Retardé ?

Exercice 5 :

Les équations paramétriques (en unités S.I.) d'un mobile M se déplaçant dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ sont : $x = 3t$ et $y = t^2 - 1$

1. Calculer la vitesse du mobile à l'instant t = 2 s.

2. Calculer les composantes tangentielle a_T et normale a_N de l'accélération du mobile dans la base de Frenet $(M, \vec{N}, \vec{T})$ à l'instants t = 2 s.
3. En déduire la valeur du rayon de courbure R de la trajectoire à t = 2 s.

<u>Exercice 6</u> :

Un mobile est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal d'amplitude X_m = 15 cm et de période T = 2s. A l'instant t = 0, le mobile est à sa position d'élongation maximale.

1. Écrire l'équation horaire du mouvement.
2. Calculer l'élongation, la vitesse et l'accélération du mobile à l'instant t = 0,5 s.
3. A quels instants le mobile passe-t-il pour la première fois, pour la deuxième fois, pour la troisième fois au point d'abscisse x = -7,5 cm ? Calculer la vitesse du mobile et son accélération à ces différents instants.

<u>Exercice 7</u> :

Un mobile est animé d’un mouvement rectiligne sinusoïdal sur l’axe x’x. Son élongation à la date t est donnée par x = Acos(wt) + Bsin(wt). x est en mètres et t en secondes. A la date t = 0 le mobile passe par l’élongation x = 4 cm à la vitesse V_0 = 6π cm/s et se déplace dans le sens positif de l’axe x’x. L’accélération du mobile à t = 0 est a = $-16\pi^2$ cm/s^2.

1. Calculer la valeur de A, B et w.
2. Mettre l’équation horaire du mouvement sous la forme $x(t) = X_m\cos(wt + \varphi)$. Donner son expression numérique.
3. Calculer l’accélération a du mobile à la date t = 1 s.

<u>Exercice 8</u> :

On donne les équations horaires du mouvement d'un mobile dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$:

$$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = 3 + 2\cos(4\pi t) \\ y = 1 - 2\sin(4\pi t) \end{cases}$$

1. Montrer que la vitesse du mobile est constante et la calculer.
2. Montrer que l'accélération du mobile est constante et la calculer.
3. Quelle est la nature de la trajectoire du mobile ? Donner ses caractéristiques.
4. Quels sont les direction et sens du vecteur-accélération ?

<u>Exercice 9</u> :

Un mobile est animé d’un mouvement rectiligne sinusoïdal de période T = 0,2 s. A la date t = 0, il passe par l’origine des élongations avec une vitesse de mesure v = 0,4π m/s.

1. Ecrire l’équation horaire du mouvement du mobile.
2. A quel instant le mobile passe–t–il pour la première fois par l’élongation x= - 2 cm en allant dans le sens positif ? Trouver la vitesse et l’accélération du module à cet instant.

Exercice 10 :

Les équations horaires du mouvement d'un mobile M dans un repère (O, i, j) sont : $x = t$ et $y = t^2 - 4t + 3$

1. Déterminer l'équation de la trajectoire du mobile M.
2. Déterminer les composantes et l'intensité du vecteur-vitesse à chaque instant.
3. Déterminer les valeurs de l'accélération tangentielle et de l'accélération normale à l'instant t = 0 s.
4. Entre quelles dates le mouvement est – il accéléré ? retardé ?

Exercice 11 :

Un mobile est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal sur un axe xx'.

1. Sachant que sa fréquence est $N = \frac{2}{3}$ Hz et son amplitude $X_m = 5$ cm, déterminer T et w.
2. Ecrire l'équation horaire du mouvement sachant qu'à la date t = 0, le mobile passe par l'élongation nulle en allant dans le sens positif.
3. A quelle date, le mobile passe-t-il pour la première fois par le point d'abscisse x = 2,5 cm en allant dans le sens négatif ?

Exercice 12 :

Les équations horaires des mouvements de deux mobiles M_1 et M_2 sont :

M_1 ($x = 1 + 2\sin 2\pi t$, $y = 4 + 2\cos 2\pi t$) et M_2 ($x = 1 + \sin 2\pi t$, $y = -2 - 3\cos 4\pi t$).

1. Pour chaque mobile, déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire et préciser sa nature.
2. Déterminer les coordonnées des vecteurs-vitesse et accélération des deux mobiles à tout instant et en déduire leur norme.
3. Quelle est la nature du mouvement de M_1 ?
4. Calculer à la date t = 0,5 s, la norme des vecteur-vitesse et accélération de M_2.
5. En déduire le rayon de courbure de la trajectoire de M_2 à la même date.

Exercice 13 :

Un point matériel est animé d'un mouvement circulaire. Son élongation angulaire en fonction du temps est :

$\alpha(t) = \frac{2}{3}t^3 - t + 2$; le rayon de la trajectoire est R = 20 cm.

A la date t = 1,5 s :

1. Quel est le module v de la vitesse ? S'agit – il d'un mouvement uniforme ?
2. Quelles sont les valeurs des accélérations normale et tangentielle ainsi que les caractéristiques du vecteur-accélération à cet instant ?

Exercice 14 :

Une bille B est lancée verticalement avec une vitesse initiale $\vec{v_0} = 15\vec{\imath}$ à partir de l'origine O d'un repère (O, $\vec{\imath}$) vertical ascendant. Le point O est situé à 2 m du sol. La bille est soumise à l'accélération $\vec{a} = -10\vec{\imath}$.

1. Ecrire la loi horaire du mouvement de la bille.
2. Exprimer la vitesse v_x de la bille en fonction de t.
3. Quelle est l'abscisse du point culminant atteint par la bille ?
4. Quelles sont les abscisses x_1 et x_2 des positions de la bille aux instants $t_1 = 1$ s et $t_2 = 2$ s et les vitesses v_{1x} et v_{2x} à ces deux dates ? Préciser à chaque fois le sens d'évolution de la bille.
5. A quelle date et avec quelle et avec quelle vitesse algébrique la bille repassera–t–elle au point O ? Quel est alors son vecteur–vitesse $\vec{v}$?
6. Combien de temps après son lancement touchera–t–elle le sol situé à 2 m en dessous du point O ? Calculer la norme de la vitesse de la bille juste avant le choc sur le sol.

<u>Exercice 15</u> :

1. Une automobile décrit une trajectoire rectiligne dans un repère (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$). Son accélération est constante. A l'instant $t_0 = 0$ s, l'automobile part d'un point M0. A l'instant $t_1 = 3$ s, l'automobile passe par le M_1 d'abscisse $x_1 = 59$ m à la vitesse algébrique $v_{1x} = 6\ m/s$. Elle arrive au point M_2 d'abscisse $x_2 = 150$ m à la vitesse $v_{2x} = 20\ m/s$.

1.1. Etablir l'équation horaire du mouvement de l'automobile.

1.2. A quel instant t_2 l'automobile passe-t-elle par le point M_2.

1.3. Calculer la longueur l du trajet effectué par l'automobile pendant la phase d'accélération dont la durée est fixée à 20 s.

2. A la date t = 1 s, une moto se déplaçant sur la même droite à la vitesse constante $v'_x = 20\ m/s$ passe par le point M' d'abscisse x' = - 5 m. Pendant toute la durée du mouvement fixée à 20 s, la moto va d'abord dépasser l'automobile ; ensuite l'automobile va rattraper la moto. Déterminer :

L'équation horaire du mouvement de la moto dans le repère (O, $\vec{\imath}$).

2.1. Les dates de dépassement. Les abscisses de dépassement.

2.2. La vitesse de l'automobile au moment où elle rattrape la moto.

2.3. La distance d parcourue par la moto entre les dates t = 1 s et la date ou elle dépasse l'automobile.

<u>Exercice 16</u> :

Un point mobile M se déplace dans un repère orthonormé (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$). Son vecteur-position est défini par :

$$\begin{cases} x(t) = 4t^2 - 2t \\ y(t) = 2t + 1 \\ z(t) = -3 \end{cases}$$

1. Montrer que le mouvement de ce mobile est plan. Préciser ce plan.
2. Déterminer l'équation de la trajectoire de M. Quelle est sa nature ?
3. A une date $t_1 = 1$ s, le mobile se trouve en un point M_1. Déterminer :

3.1. Les coordonnées du point M_1.

3.2. La valeur v_1 de sa vitesse.

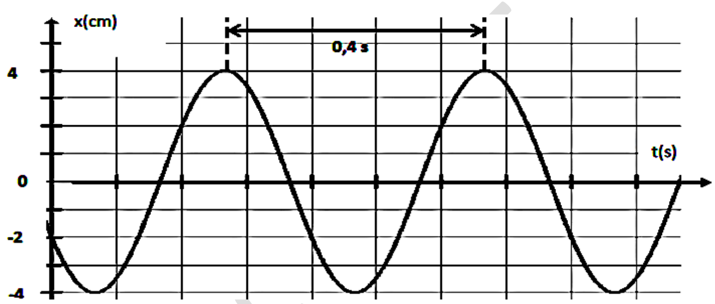
3.3. L'accélération $a_1$du mobile à cet instant.

4. A quelle date le mouvement du mobile M est – il accéléré ? retardé ?

5. A quelle date ce mobile passe–t–il par le point M_2 tel que son abscisse soit nulle ? en déduire alors sa position M_2 et sa vitesse v_2.

Exercice 17 :

Un solide supposé ponctuel est attaché à un ressort à l'instant t = 0 s ; le solide est ramené au point d'abscisse x_0 ; on lui communique une vitesse $\vec{v}_0$ et on l'abandonne à lui–même, il effectue donc un mouvement rectiligne sinusoïdal dont l'enregistrement est donné par la figure suivante.



1. En exploitant l'enregistrement déterminer : la pulsation du mouvement w ; l'élongation initiale x_0 ; l'amplitude X_m ; la phase initiale φ.
2. En déduire la loi horaire x = f(t).
3. Déterminer l'expression de la vitesse en fonction du temps.
4. En déduire la valeur algébrique de la vitesse initiale $\vec{v_0}$.
5. A l'instant $t_1 > 0$; le mobile repasse pour la première fois par la position d'abscisse x_0 dans le sens négatif.

5.1. Déterminer graphiquement t_1.

5.2. Retrouver t_1 par le calcul.

6. Déterminer la valeur algébrique de la vitesse du solide lors de son premier passage par la position d'abscisse x = 2 cm.

Exercice 18 :

Un mobile ponctuel se déplace dans un repère R (O, $\vec{i}, \vec{j}$) ; son mouvement débute à l'instant t = 0 ; son vecteur–vitesse est $\vec{v} = \vec{i} + 2t\vec{j}$, (en m/s). A l'instant t = 4 s il passe par le point A de coordonnées x_A = 2 m et y_A = 0 m.

1. Établir les lois horaires du mouvement.
2. Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire.
3. Construire la courbe de la trajectoire dans le repère R (O, $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$) entre les instants t_0 = 0 s et t = 5 s.
4. Déterminer le vecteur-accélération $\vec{a}$.
5. Déterminer les caractéristiques du vecteur-vitesse $\overrightarrow{v_A}$ et le vecteur-accélération en A.

6. En déduire les composantes tangentielle et normale du vecteur-accélération en A. En déduire le rayon de courbure.

Exercice 19 :

Les équations paramétriques du mouvement d'un point matériel lancé dans le plan sont : $x = 2t$ et $y = -5t^2 + 4t$

Les distances sont mesurées en mètres, les durées en secondes.

1. Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire, préciser sa nature.
2. Déterminer l'expression du vecteur-vitesse, en déduire sa norme en fonction du temps.
3. Déterminer la norme du vecteur-vitesse du mobile :

3.1. Lorsqu'il passe par le sommet de la trajectoire.

3.2. À la date t = 5 s.

3.3. Lorsque le mobile rencontre l'axe y = 0.

4. Déterminer l'expression du vecteur-accélération, en déduire sa norme.
5. Déterminer les composantes normale a_n et tangentielle a_t du vecteur-accélération dans la base de Frenet à la date t = 5 s. En déduire le rayon de courbure de la trajectoire.

Exercice 20 : Etude d'un mouvement rectiligne

Soit $\overrightarrow{OM} = x\vec{i}$ le vecteur, position d'un point mobile M animé d'un mouvement rectiligne d'équation horaire :

$x(t) = -5t2 + 30t +10, t \geq 0$

1. Paramètres d'évolution.

1.1. Déterminer les vecteurs, vitesse v et accélération a, du point mobile.

1.2. Quelle est la nature du mouvement ?

1.3. Préciser les valeurs de l'accélération, de la vitesse et de l'abscisse de M à t = 0s.

2. Variation des paramètres d'évolution.

2.1. Etudier la variation de vitesse v en fonction du temps t.

2.2. A quelle date le mouvement de M change-il de sens ? Entre quels instants ce mouvement est-il accéléré ? décéléré ?

3. Etude graphique de la loi horaire.

3.1. Représenter graphiquement la fonction x(t).

3.2. Déterminer sur ce graphique l'instant où le vecteur v s'annule et change de sens.

Exercice 21 : Rencontre

Une automobile part au repos d'un point O, avec une accélération constante de norme égale a = 2 $m.s^{-2}$ pendant 8s. Durant les 30s suivantes, elle se déplace d'un mouvement rectiligne uniforme, puis elle ralentit avec une accélération de norme a' = 1 $m.s^{-2}$ jusqu' à l'arrêt.

1. Etablir les équations horaires du mouvement de l'automobile.
2. Calculer la distance totale parcourue par l'automobile.
3. A l'instant où l'automobile démarre au point O un camion, roulant à vitesse constante et en sens contraire de celui de l'automobile, passe en un point N situé à 1 Km du point O. La norme du vecteur-vitesse du camion est égale vc = 14 $m.s^{-1}$.

3.1. Déterminer, au moment du croisement des deux véhicules, la nature du mouvement de l'automobile.

3.2. Quelle est la date de rencontre ? Quel est le lieu de rencontre ?

Exercice 22 :

Un point se déplace dans un plan Oxy, ses coordonnées à l'instant t sont données par :

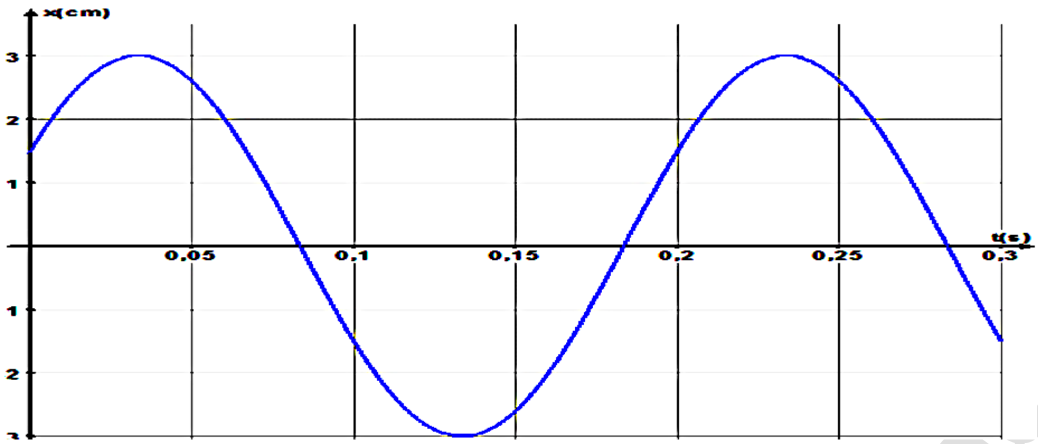
$x = 20\alpha(t - \tau)$ et $y = \frac{10\alpha}{\tau}(t - \tau)^2$. Avec $\alpha = 1$ m/s et $\tau = 1$ s ; x et y sont en mètres.

1. Donner l'équation cartésienne de la trajectoire et en déduire sa nature.
2. Calculer les composantes cartésiennes du vecteur-vitesse $\vec{v}$ et du vecteur-accélération $\vec{a}$ ainsi que leurs normes.
3. Déterminer les composantes tangentielle et normale du vecteur-accélération.
4. Calculer le rayon de courbure lorsque t = 3 s.

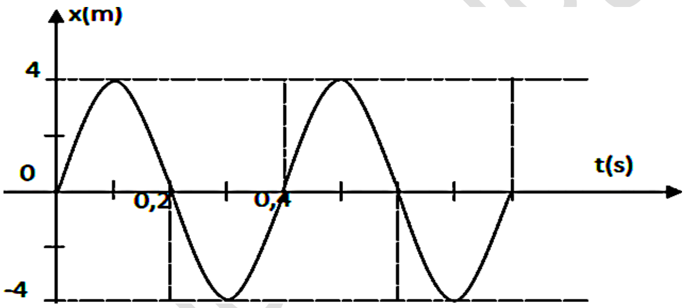
Exercice 23 :

Dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ lié à un référentiel terrestre un mobile est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal. Son élongation x(t), évolue dans le temps suivant le chronogramme de la figure ci-dessous.

1. Déterminer graphiquement les valeurs de l'élongation maximale et la période du mouvement.
2. En déduire la pulsation ainsi que la fréquence.
3. Etablir l'équation horaire de l'élongation x du mobile.
4. Etablir l'expression en fonction du temps, de la vitesse v(t) du mobile ainsi que celle de l'accélération a(t).
5. A quelle date le mobile passe par l'abscisse x = -1,5 cm en allant dans le sens négatif pour la première fois ? En déduire l'accélération à cette date.
6. Déterminer la position du mobile à la date t = 0,2 s. Le mouvement est-il accéléré ou décéléré à cette date ? Justifier.



Exercice 24 :



L'équation horaire du mouvement sinusoïdal d'un point mobile est représentée selon la figure ci-contre.

1. Déterminer la pulsation et l'amplitude du mouvement.
2. Etablir l'équation horaire du mouvement du mobile en vrai grandeur.
3. Déterminer par le calcul, la position, la vitesse et l'accélération à l'instant t = T/4. Retrouver graphiquement la valeur de la position et indiquer le sens du mouvement.
4. Déterminer, par le calcul, la deuxième date de passage à x = 0 après le départ en allant dans le sens négatif.

Exercice 25 :

Un mobile M se déplace dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Ses équations horaires sont : $\mathbf{x = t+1}$ et $\mathbf{y = (t+1)^2 + 2}$. Les unités sont celles du système international.

1. Déterminer l'équation de la trajectoire du mobile et préciser sa nature.
2. Déterminer les coordonnées du vecteur-vitesse. En déduire sa norme en fonction du temps. Calculer sa valeur à **t = 2 s**.
3. Déterminer la norme du vecteur-accélération du mobile.
4. Déterminer les accélérations tangentielle et normale du mobile à la date **t = 2 s**. En déduire le rayon de courbure de la trajectoire à cette date.
5. A quelle date le mobile se trouve-t-il au sommet S de sa trajectoire ? En déduire la valeur de son vecteur-vitesse en ce point.
6. Entre quelles dates le mobile est-il accéléré, décéléré ?

Exercice 26 :

Un mobile M est animé d'un mouvement rectiligne. La représentation de sa vitesse v en fonction du temps est donnée par la courbe ci-dessous.

1. Quelle est la nature du mouvement ?
2. A partir de la courbe déterminer la période T, la pulsation w et la vitesse maximale V_m.
3. Donner l'expression numérique de la vitesse v du mobile à chaque instant t sous la forme : **$v(t) = V_m.\sin(wt + \varphi)$.**
4. Déterminer les valeurs de l'abscisse x_0 et de l'accélération a_0 à l'instant initial.
5. Le mouvement à l'instant initial est-il accéléré ou retardé ? justifier.
6. Quelle est la longueur parcourue par le mobile au bout d'une demi-période ?