

## SÉRIE 2 : ENERGIE CINÉTIQUE

### Exercice 1 :

Un solide (S), de masse  $m = 0,1 \text{ kg}$  est lâché sans vitesse d'un point A d'une piste ABCDE situé dans un plan vertical comme l'indique la figure ci-dessous. Les frottements sont négligeables. Prendre  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

Le niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur est le plan horizontal passant par BC. Le point A se trouve sur une hauteur  $h = 1,8 \text{ m}$  au-dessus de B.

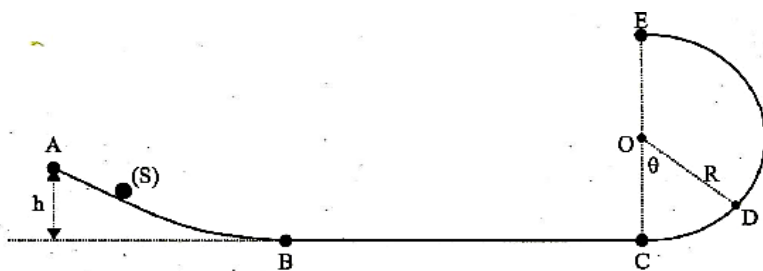
1. Calculer l'énergie mécanique du solide (S) point A.

2. Calculer, en utilisant la conservation de l'énergie mécanique, la vitesse  $V_B$  de (S) quand il passe par le point B.

3. CDE est une partie demi-circulaire de rayon  $R = OC = OD = 2 \text{ m}$ .

3.1. En appliquant la conservation de l'énergie mécanique, vérifier que la vitesse de (S) quand il atteint un point D de la piste circulaire  $(\vec{CO}, \vec{OD}) = \theta$  est donné par :  $V_D = \sqrt{2g[h - R(1 - \cos\theta)]}$ .

3.2. Déduire la valeur  $\theta_m$  correspondant à la plus haute position atteint par (S) sur la partie circulaire CDE.



### Exercice 2 :

Une piste ABC est formée de deux tronçons :

- AB est un quart de cercle lisse, de rayon  $r$ .
- BE est un plan rectiligne horizontal rugueux.

Un solide S, de masse  $m$  est lâché à partir du point A sans vitesse initiale. Le passe en B ne change pas la norme de la vitesse.

1. On considère un point M quelconque du parcours de S.

1.1. Exprimer la vitesse  $v$  de S au point M, en fonction de  $g$ ,  $r$  et  $\alpha$ .

1.2. A partir de l'expression, justifier alors que la vitesse en A était nulle.

1.3. Déduire la vitesse  $v_1$  de S au point B.

2. Arrivé en B, S aborde le plan AB avec des frottements d'intensité constante  $f$ . En C sa vitesse est  $v_2 = 2,41 \text{ m/s}$ .

2.1. Représenter les forces extérieures appliquées sur S entre B et C.

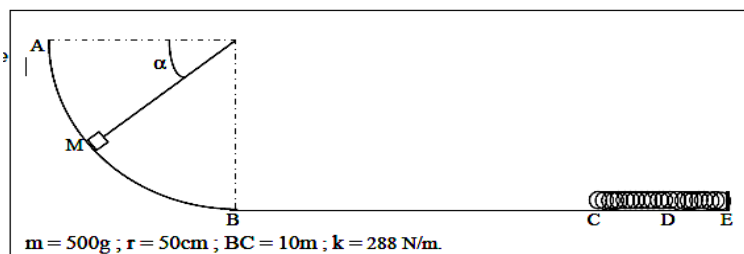
2.2. Calculer  $f$ .

3. En C, S heurte l'extrémité libre d'un ressort (l'autre extrémité est fixée en E), de raideur  $k$  et le comprime d'une valeur  $x$  jusqu'au point D.

3.1. Représenter les forces extérieures appliquées sur S entre C et D.

3.2. Calculer  $x$ .

4. A partir de D, S est propulsé par le ressort. A quelle distance du point B s'arrêtera S.



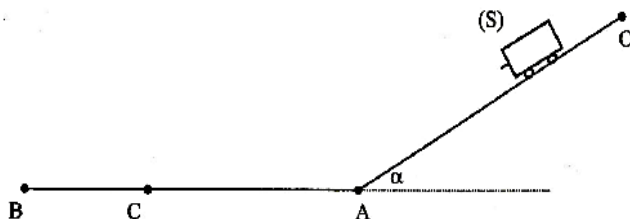
### Exercice 3 :

Un charriot (S), de faible dimension et de masse  $m = 300 \text{ g}$ , est lâché sans vitesse, du sommet O d'un plan incliné OA ( $OA = 40 \text{ cm}$ ) formant avec l'horizontal un angle  $\alpha = 30^\circ$ .

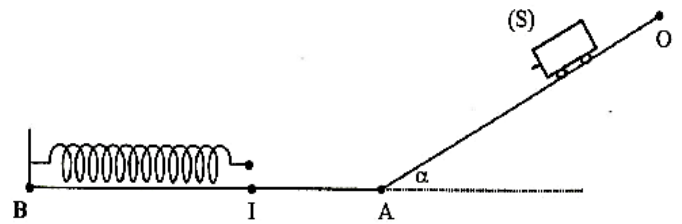
On néglige les forces résistives au roulement du charriot lors de son déplacement de O vers A. Le niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur est le plan horizontal passant par A. Prendre  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

Le solide (S) dépasse le point A sur un support horizontal AB et s'arrête en un point C sous l'action d'une force résistive d'intensité  $f = 3 \text{ N}$ .

1. Calculer l'énergie mécanique du chariot au O.



2. Déduire la vitesse de (S) au point A.
3. Calculer la variation de l'énergie mécanique du chariot (S) quand il se déplace de A à C. En déduire la distance AC.
4. On recommence l'expérience précédente, en lançant le charriot du point O sans vitesse, mais sur AB on place un ressort à spires non jointives BI (IA = 10 cm) de constante de raideur  $k = 20 \text{ N/m}$  comme le montre la figure ci-dessous. La force résistive à l'avancement de (S) n'est pas changée sur AB.



4.1. Calculer la vitesse de (S) en I.

4.2. Déduire la valeur de la compression maximale  $x_m$  du ressort (on devra établir une équation du second degré en  $x_m$ ).

#### Exercice 4 :

Un solide de masse  $m = 1 \text{ kg}$  assimilable à un point matériel se déplace sur une piste constituée de trois parties :

- Une partie rectiligne AB inclinée d'un angle  $\alpha = 30^\circ$  par rapport à l'horizontale
- Une partie circulaire BC, de centre O et de rayon  $r = 1 \text{ m}$
- Une partie circulaire CD, de centre O' et de rayon  $r' = \frac{r}{2}$

1. Le solide est lancé à partir du point A avec une vitesse  $v_A = 6 \text{ m/s}$ .

1.1. En supposant les frottements négligeables sur la partie AB.

Calculer la vitesse du solide au point B.

1.2. En réalité, il existe des forces de frottements équivalentes à une force

unique  $\vec{f}$  s'exerçant sur le solide sur toute la partie AB. Calculer l'intensité de  $\vec{f}$ , sachant que la vitesse au point B est nulle. Prendre :  $g = 10 \text{ N/kg}$

2. Le solide aborde maintenant, sans vitesse initiale, la partie circulaire BC. La position du solide sur la partie BC est repérée par l'angle  $\beta = (\overline{OM}, \overline{OC})$ . On suppose les frottements négligeables.

2.1. Exprimer la vitesse du solide au point M en fonction de  $r$ ,  $g$  et  $\beta$ .

2.2. Calculer la valeur de cette vitesse au point C.

2.3. En réalité, il existe des forces de frottements équivalentes à une force unique  $\vec{f}$  s'exerçant sur le solide sur toute la partie BC. Calculer l'intensité  $f$ , sachant que la vitesse au point C est  $V'_C = 2 \text{ m/s}$ .

3. Le solide arrive au point C avec une vitesse  $V'_C = 2 \text{ m/s}$  ; ou il aborde enfin la partie circulaire CD qui est verglacée ; les frottements seront donc négligés.

3.1. Le solide passe en un point E de la partie CD, défini par  $(\overline{O'C}, \overline{O'E}) = \theta$  ; OD étant porté par l'horizontale. Exprimer sa vitesse  $V_E$  en fonction de  $g$ ,  $r'$ ,  $V'_C$  et  $\theta$

3.2. Le solide quitte la piste en E avec la vitesse  $V_E = 3 \text{ m/s}$ . Calculer la valeur de l'angle  $\theta$

3.3. Avec quelle vitesse, le solide atterrit-il sur la piste de réception en un point P ?

#### Exercice 5 :

Une piste dans un plan verticale est constituée d'une partie circulaire AB et d'une partie horizontale BC tangentiellement raccordées. AB est un quart de cercle de rayon  $r = 32 \text{ cm}$  et  $BC = L = 25 \text{ cm}$ . En dessous de C, à la distance  $h = 15 \text{ cm}$  se trouve le sol. On prendra  $g = 10 \text{ N/kg}$ .

Une petite sphère métallique (S) de masse  $m = 200 \text{ g}$ , supposée ponctuelle est abandonnée en A sans vitesse initiale. On choisit comme état de référence des énergies potentielles de pesanteur et comme origine des altitudes le sol.

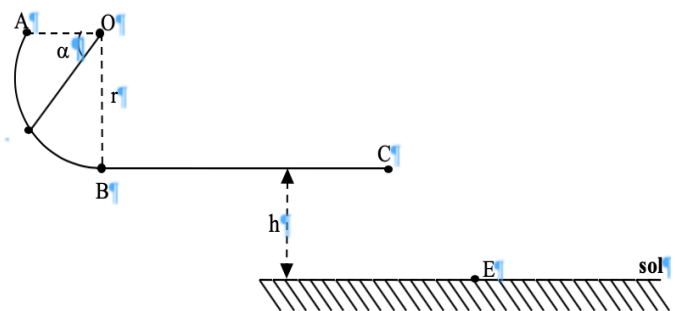
1. On néglige les frottements sur la piste ABC.

1.1. En appliquant le principe de la conservation de l'énergie mécanique, calculer la vitesse de la sphère lors de son passage en B et C.

1.2. Donner l'expression de la vitesse  $V_I$  au point I en fonction de  $g$ ,  $r$  et  $\alpha$ . La calculer pour  $\alpha = (\overline{OA}, \overline{OI}) = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$ .

2. En réalité, les frottements ne sont pas négligés sur la piste ABC. Ils sont équivalents à une force  $\vec{f}$  tangente à la trajectoire et opposée au mouvement, d'intensité  $f = 0,3 \text{ N}$ .

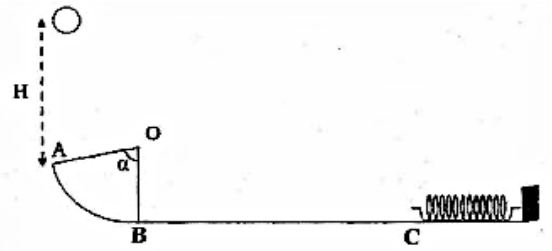
2.1. En appliquant le théorème de l'énergie mécanique déterminer les vitesses en B et en C.



2.2. Calculer alors la vitesse de chute en E.

### Exercice 6 :

On considère une bille ponctuelle de masse  $m$  située à la hauteur  $H$  du point A d'une piste de forme circulaire de rayon  $r$  prolongée par une partie horizontale sur laquelle est fixée un ressort de raideur  $k$ , comme le montre la figure ci-contre. Elle tombe sans vitesse initiale, et en se déplaçant sur la piste ABC vient heurter l'extrémité libre du ressort.

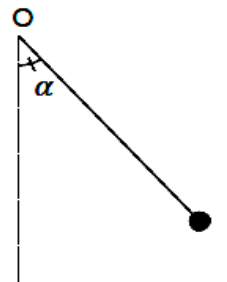


1. Calculer l'énergie cinétique de la bille lorsqu'elle arrive au point A.
2. Représenter les forces qui s'exercent sur la bille en contact avec le ressort comprimé de  $X$ .
3. Calculer la compression  $X_m$  du ressort lorsque la bille s'arrête. Sachant que des forces de frottement d'intensité  $f$  n'agissent que sur la partie ABC de la piste.
4. Expliquer ce qui se passe après l'instant d'arrêt.

Données :  $m = 30 \text{ g}$  ;  $k = 2.10^2 \text{ N.m}^{-1}$  ;  $g = 10 \text{ m.s}^{-1}$  ;  $H = 50 \text{ cm}$  ;  $R = 50 \text{ cm}$  ;  $\alpha = 60^\circ$  ;  $BC = 1 \text{ m}$  ;  $f = 4,3.10^{-2} \text{ N}$

### Exercice 7 :

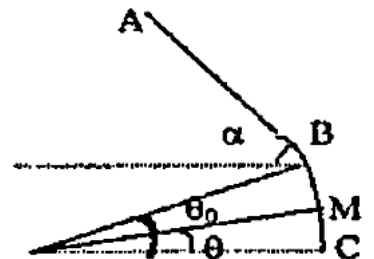
Une petite bille de masse  $m = 200 \text{ g}$  est accrochée à un point fixe O par un fil inextensible de masse négligeable et de longueur  $\ell = 80 \text{ cm}$ . On prendra  $g = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$ . On repère sa position par l'angle  $\alpha$  que fait le fil avec la verticale passant par O. Tout en le maintenant tendu, le fil est écarté de sa position d'équilibre d'un angle  $\alpha_1 = 30^\circ$  et lancé vers le bas avec une vitesse initiale  $v_1 = 1,5 \text{ m.s}^{-1}$ . On néglige les frottements.



1. Déterminer l'expression de l'énergie cinétique du système {bille} à l'instant initial. Calculer sa valeur.
2. Quelle est la vitesse de la bille lorsque le fil passe par la position verticale ( $\alpha = 0^\circ$ ) ?
3. Déterminer l'expression de l'angle maximum  $\alpha_m$  de remontée.
4. Quelle vitesse initiale  $v_1$  devrait-on communiquer à la bille pour qu'elle arrive à la verticale ( $\alpha = 180^\circ$ ) avec une vitesse  $v'_2 = 5,0 \text{ m.s}^{-1}$  (le fil restant toujours tendu) ? Donner son expression, puis calculer sa valeur.

### Exercice 8 : Ski sur glace

1. Une piste de ski a le profil représenté ci-contre. La partie AB est inclinée de  $\alpha = 10^\circ$  par rapport à l'horizontale et sa longueur est  $AB = 3 \text{ m}$ . La partie BC est une portion de cercle de centre O, de rayon  $r = 3 \text{ cm}$  et tel que  $(\vec{OB}, \vec{OC}) = \theta = 80^\circ$ . Les frottements sont supposés négligeables. Le skieur part de A avec une vitesse initiale nulle. Calculer sa vitesse au passage de B.

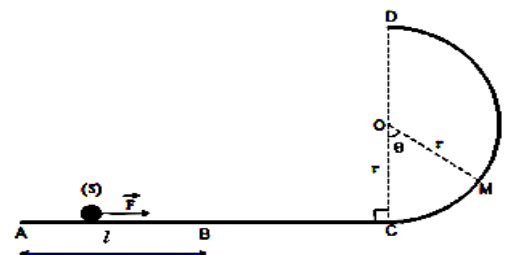


2. Le skieur aborde ensuite la partie BC. La position d'un point M quelconque de la partie BC est repérée par l'angle tel que  $\theta = (\vec{OC}, \vec{OM})$ . Exprimer la vitesse  $v$  du skieur au passage en M en fonction des données.

3. Il existe en réalité des forces de frottement d'intensité  $f$  entre le skieur et la piste.  $\vec{f}$  est de sens contraire au vecteur-vitesse du centre d'inertie du skieur. Exprimer la vitesse  $V_M$  du skieur au passage en M.

### Exercice 9 :

On étudie le lancer d'un chariot S, assimilé à son centre d'inertie G, sur des rails constituant une piste ABCD. Le chariot, de masse  $m = 5 \text{ kg}$  est initialement au repos en A. On le lance sur la piste ABCD en faisant agir sur lui, uniquement le long de la partie AB de sa trajectoire, une force horizontale constante de norme  $F = 110 \text{ N}$ . La partie AC de la trajectoire est horizontale et la portion CD est un demi-cercle de centre O, de rayon  $r = 2 \text{ m}$ . On prendra :  $l = AB = 0,5 \text{ m}$  ;  $g = 10 \text{ N/kg}$  et on néglige les frottements sur S.



1. Énoncer le théorème de l'énergie cinétique.

2. En appliquant ce théorème au chariot, déterminer l'expression littérale, en fonction des données, de la valeur  $V_B$  de la vitesse de G en B. Déterminer sa valeur numérique.

3. En déduire la vitesse de S lorsqu'il passe par C.

4. Exprimer littéralement, au point M repéré par l'angle  $\theta$ , la valeur  $V_M$  de la vitesse de G en fonction de  $V$ ,  $r$ ,  $g$  et  $\theta$ . Faire l'application numérique pour  $\theta = 30^\circ$ .

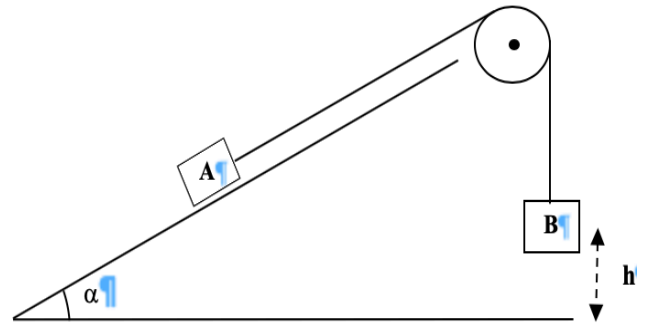
5. On veut que le chariot parvienne en D avec une vitesse  $V_D = 2 \text{ m.s}^{-1}$ .

5.1. Quelle devra être la norme de la vitesse  $V_B$  de G en B ?

5.2. Quelle intensité de force  $F'$  devra-t-on appliquer entre A et B ?

**Exercice 10 :**

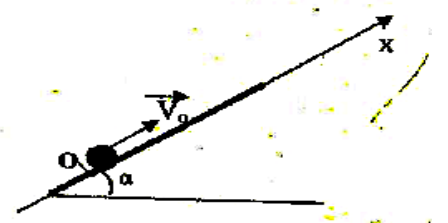
Un corps A de masse  $m_1 = 2\text{ kg}$  posé sur un plan incliné faisant un angle  $\alpha = 30^\circ$  avec le plan horizontal est entraîné par l'intermédiaire d'un fil inextensible de masse négligeable par un corps B de masse  $m_2 = 1,8\text{ kg}$ . Le fil passe par la gorge d'une poulie de masse négligeable. Au début du mouvement le corps B est abandonné sans vitesse initiale d'une hauteur  $h = 5\text{ m}$  par rapport au plan horizontal. On prendra  $g = 9,8\text{ N/Kg}$ .



1. On suppose que les forces de frottements sont négligeables sur le plan incliné.
  - 1.1. Énoncer le théorème de l'énergie cinétique.
  - 1.2. Représenter toutes les forces qui s'exercent sur les corps A et B.
  - 1.3. Calculer la somme des travaux de toutes les forces extérieures appliquées aux systèmes A et B entre l'instant de départ et l'instant où le corps B atteint le plan horizontal.
  - 1.4. En déduire la vitesse du corps B au moment où il atteint le plan horizontal.
2. En réalité sur le plan incliné existe des forces de frottements assimilables à une force  $\vec{f}$  tangente à la trajectoire du corps A. Le corps B arrive sur le plan horizontal à la vitesse  $V_1 = 2\text{ m/s}$ . Calculer l'intensité de la force de frottement.

**Exercice 11 :**

Soit un plan incliné d'un angle  $\alpha = 30^\circ$  par rapport à l'horizontale, associé à un axe (Ox) défini par la ligne de plus grande pente ascendante de ce plan. On lance vers le haut, d'un point O, un solide de masse  $m$  avec la vitesse initiale  $\vec{V}_0$  d'intensité  $V_0 = 8\text{ m/s}$ . La force de frottement parallèle à l'axe (Ox) a pour intensité  $f = 0,4 P$ ,  $P$  étant l'intensité du poids de la masse  $m$ .



1. Faire l'inventaire des forces qui s'appliquent sur le solide et les représenter.
2. Exprimer le travail de chaque force en fonction de l'abscisse  $x$  du point le plus haut atteint par le solide.
3. En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, calculer l'abscisse  $x$  du plus haut point atteint par le solide.
4. Au sommet de sa trajectoire le solide reste-t-il en équilibre ?
5. S'il redescend, avec quelle vitesse repasse-t-il en O ?

**Exercice 12 :**

Une bille de masse  $m = 30\text{ g}$  se déplace sans frottement sur un trajet ABS représenté ci-contre.

- AB est un plan incliné de longueur  $AB = L = 50\text{ cm}$  faisant un angle  $\alpha = 30^\circ$  avec l'horizontale.
- BC est un arc de cercle de centre O et de rayon  $r = 20\text{ cm}$ . A l'instant initial, la bille est lâchée sans vitesse au point A.

1. Déterminer la vitesse de la bille lors de son passage au point B.
2. La bille est repérée au point M par son abscisse angulaire  $\theta = (\vec{MO}, \vec{OC})$ 
  - 2.1. Exprimer la vitesse de la bille en M en fonction de  $g$ ,  $r$ ,  $\theta$ ,  $\alpha$  et  $V_B$  sachant que  $\alpha = (\vec{BO}, \vec{OC})$ .
  - 2.2. Calculer la vitesse  $V_C$  et  $V_S$  de la bille respectivement au point C et S sachant que  $\beta = (\vec{CO}, \vec{OS}) = 20^\circ$ .
  - 2.3. En réalité, la vitesse de la bille au point S est  $V_S = 2\text{ m/s}$ , déterminer l'intensité de la force de frottement  $\vec{f}$  supposée constante qui s'exerce sur la piste ABS.

