

Donner l'expression littérale avant toute application numérique

Pratiqué depuis l'Antiquité sous le nom de « jeu de crosses », le hockey sur gazon est un sport olympique depuis 1908. Il se pratique sur une pelouse naturelle ou synthétique, de dimensions quasi identiques à celles d'un terrain de football. Chaque joueur propulse la balle avec une crosse ; l'objectif étant de mettre la balle dans le but.

Dans cet exercice, on étudie le mouvement de la balle de centre d'inertie G et de masse m, dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Cette étude peut être décomposée en deux phases.

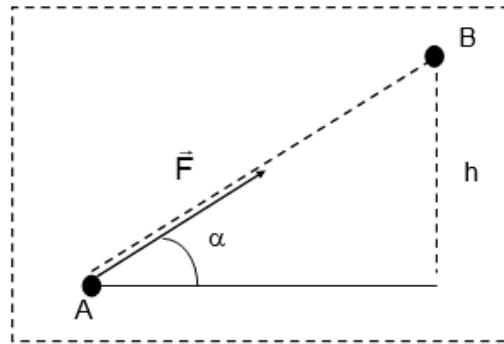


Figure 4

Les parties 1, 2 et 3 sont indépendantes.

1. Première phase: Durant cette phase, on néglige toutes les actions liées à l'air ainsi que le poids de la balle.

1.1. Entre les points A et B, elle reste en contact avec la crosse. La force \vec{F} exercée par la crosse sur la balle, supposée constante, est représentée sur la figure 4. Le segment AB représentant la trajectoire de la balle est incliné d'un angle $\alpha = 30^\circ$ avec l'horizontale.

Données : masse de la balle : $m = 160 \text{ g}$; intensité du champ de pesanteur : $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$.

1.1.1. Énoncer la deuxième loi de Newton et l'appliquer à la balle lors de son trajet entre A et B.

1.1.2. Que peut-on dire de la nature du mouvement de la balle entre A et B ?

1.2. La force \vec{F} s'exerce pendant une durée $\Delta t = 0,11 \text{ s}$. La balle part du point A sans vitesse initiale et arrive en B avec une vitesse \vec{v}_B telle que $v_B = 14 \text{ m.s}^{-1}$.

1.2.1. Donner l'expression du vecteur-accélération en fonction du vecteur-vitesse.

1.2.2. Calculer la valeur de l'accélération du centre d'inertie de la balle entre les points A et B.

1.3. En utilisant les résultats obtenus en 1.2.2, calculer l'intensité de la force exercée sur la balle par la crosse. L'hypothèse concernant le poids de la balle est-elle justifiée ?

2. Deuxième phase : Au point B, la balle quitte la crosse à la date $t = 0$ avec le vecteur-vitesse \vec{v}_B contenu dans le plan (xOz). On néglige toutes les actions liées à l'air.

On étudie le mouvement du centre d'inertie G de la balle dans le champ de pesanteur supposé uniforme.

Le système d'axes utilisé est représenté sur le schéma ci-dessous : l'axe Ox est horizontal dirigé vers la droite et Oz est vertical et dirigé vers le haut. L'origine des axes est située à la verticale du point B telle que $OB = h = 0,40 \text{ m}$.



- 2.1. Donner l'expression des coordonnées v_{Bx} et v_{Bz} du vecteur vitesse \vec{v}_B de la balle à l'instant $t = 0$ s, en fonction de v_B et de α .
- 2.2. Donner l'expression des coordonnées x_B et z_B du vecteur \vec{OB} de la balle au point B.
- 2.3. En appliquant la deuxième loi de Newton, établir les équations horaires du vecteur-accélération et du vecteur-vitesse.
- 2.4. Montrer que la valeur v_S de la vitesse de la balle au sommet S de la trajectoire est $v_S = 12 \text{ m.s}^{-1}$.
- 2.5. Déterminer les coordonnées du vecteur-position \vec{OG} . En déduire l'équation de la trajectoire de la balle.
- 2.6. La ligne de but est située à une distance $d = 15 \text{ m}$ du point O. La hauteur du but est $L = 2,14 \text{ m}$. On néglige le diamètre de la balle devant la hauteur du but.
- 2.6.1. Quelles conditions doivent satisfaire x et z pour que le but soit marqué ?
- 2.6.2. Vérifier que ces conditions sont bien réalisées.
3. **Etude énergétique** : Le même tir est réalisé du milieu du terrain à une distance du but supérieure à 15 m. On rappelle les valeurs suivantes ; $OB = h = 0,40 \text{ m}$; $v_B = 14 \text{ m.s}^{-1}$; vitesse au sommet S: $v_S = 12 \text{ m.s}^{-1}$. L'énergie potentielle de pesanteur $E_p(o)$ est choisie nulle à l'altitude $z = 0$.
- 3.1. Donner l'expression littérale de l'énergie potentielle de pesanteur E_p puis celle de l'énergie mécanique E_M de la balle en fonction de g , m , v et z .
- 3.2. Calculer l'énergie mécanique $E_M(B)$ de la balle au point B.
- 3.3. Toutes les actions de l'air sont négligées.
- 3.3.1. Que peut-on dire de la valeur de l'énergie mécanique E_M de la balle au cours de son mouvement ?
- 3.3.2. Exprimer l'altitude maximale z_{\max} que pourrait atteindre la balle au point S dans ces conditions, en fonction de E_M , v_S , m et g . Calculer la valeur de z_{\max} .